

Електротехничка школа "Земун"

ОСНОВЕ  
ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ 1  
-техничари-



Сарановац Гордана

Јордановска Оливера

Јелинек Зоран



2007/2008.

## УВОД

### 1. Физичке величине

Физичке величине описују особине тела, стања и процеса. Бројна вредност им се утврђује мерењем. Могу бити основне и изведене.

### 2. SI систем

Основних физичких величина има 7 и оне чине SI систем. Све остале су изведене.

| НАЗИВ              | ОЗНАКА         | ЈЕДИНИЦА | ОЗНАКА ЈЕДИНИЦЕ |
|--------------------|----------------|----------|-----------------|
| Дужина             | l              | метар    | m               |
| Маса               | m              | килограм | kg              |
| Време              | t              | секунд   | s               |
| Температура        | T              | келвин   | K               |
| Јачина струје      | I              | ампер    | A               |
| Јачина светлости   | J              | кандела  | cd              |
| Количина супстанце | n <sub>m</sub> | мол      | mol             |

*Математички додаток 1*

- Поновити:*
1. сабирање степена
  2. множење степена
  3. дељење степена

За домаћи:

Урадити по 5 примере из операција са степенима по избору

### 3. Веће и мање јединице

| ПРЕФИКС | ОЗНАКА | ВРЕДНОСТ         | ПРЕФИКС | ОЗНАКА | ВРЕДНОСТ          |
|---------|--------|------------------|---------|--------|-------------------|
| Дека    | da     | 10 <sup>1</sup>  | деци    | d      | 10 <sup>-1</sup>  |
| Хекто   | h      | 10 <sup>2</sup>  | центи   | c      | 10 <sup>-2</sup>  |
| Кило    | k      | 10 <sup>3</sup>  | мили    | m      | 10 <sup>-3</sup>  |
| Мега    | M      | 10 <sup>6</sup>  | микро   | μ      | 10 <sup>-6</sup>  |
| Гига    | G      | 10 <sup>9</sup>  | нано    | n      | 10 <sup>-9</sup>  |
| Тера    | T      | 10 <sup>12</sup> | пико    | p      | 10 <sup>-12</sup> |
| Пета    | P      | 10 <sup>15</sup> | фемто   | f      | 10 <sup>-15</sup> |
|         |        |                  | ато     | a      | 10 <sup>-18</sup> |

#### 4. Скаларне и векторске величине

Скаларне величине су потпуно одређене својом бројном вредношћу. Векторске величине су одређене бројном вредношћу (интензитетом), правцем и смером.

Математички додатак 2

- Поновити:
1. сабирање вектора
  2. одузимање вектора
  3. множење вектора скаларом

За домаћи:

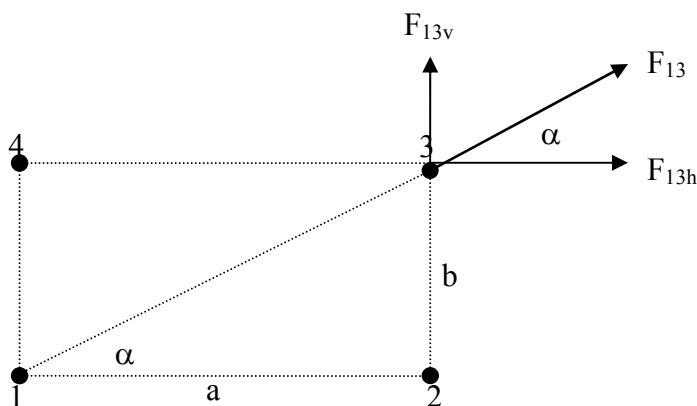
Збирка Чалуковић, Физика 1, задаци: 2, 7, 8, 9, 11, 12, 13

Математички додатак 3

Разлагање вектора:

1. Тригонометрија правоуглог троугла
2. Примери

1. Наћи хоризонталну и вертикалну компоненту силе  $F_{13}$  и угао између хоризонталне компоненте и силе  $F_{13}$ . Бројни подаци:  $F_{13}=10\text{ N}$ ,  $a=20\text{ cm}$ ,  $b=10\text{ cm}$ .



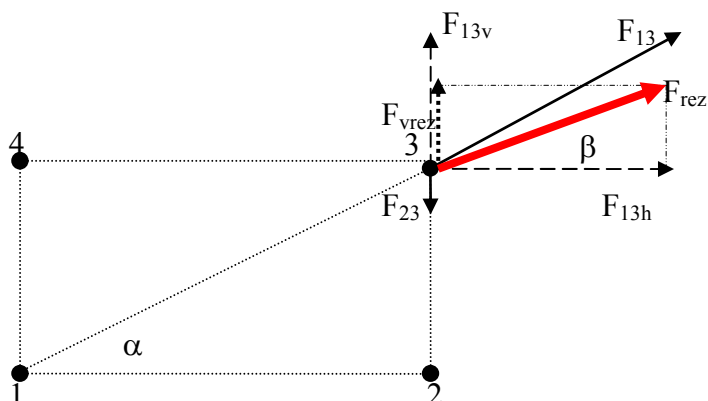
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a} = 0.5$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} 0.5 = 26,56^\circ$$

$$F_{13h} = F_{13} \cos \alpha = 8,94\text{ N}$$

$$F_{13v} = F_{13} \sin \alpha = 4,47\text{ N}$$

2. Наћи резултантну силу и угао између резултантне силе и хоризонтале. Бројни подаци:  $F_{13}=10\text{ N}$ ,  $F_{23}=1\text{ N}$ ,  $\alpha=26,56^\circ$ .



Horizontalno:

$$F_{13h} = F_{13} \cos \alpha = 8,94\text{ N}$$

Vertikalno:

$$F_{13v} = F_{13} \sin \alpha = 4,47\text{ N}$$

$$F_{23} = 1\text{ N}$$

$$F_{vrez} = F_{13v} - F_{23} = 3.47 N$$

Rezultanta:  $F_{rez} = \sqrt{F_{13h}^2 + F_{vrez}^2} = 9,58 N$

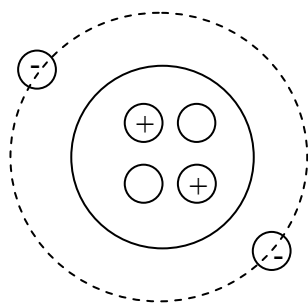
$$\cos \beta = \frac{F_{13h}}{F_{rez}} = 0,93$$

$$\beta = \arccos 0,93 = 21,56^\circ$$

За домаћи и вежбање:

Збирка Чалуковић, Физика 1, задаци: 1, 3, 4, 5, 6, 10, 14, 15, 16, 18, 19

## 5. Структура материје



Маса електрона:  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Маса протона и неутрона:  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Наелектрисање електрона:  $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Наелектрисање протона:  $q_p = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Атом је неутралан. Број протона је једнак броју електрона:  
 $n_e = n_p$

## 6. Проводници, полупроводници и изолатори

Према способности да проводе електрицитет материјали се деле на:

1. Изолатори – електрони из последње љуске су чврсто везани за свој атом, а ако се у близини нађе неко наелектрисано тело атом ће се деформисати. Изолатори су: порцулан, лискун, гума, ваздух, пластика.....
2. Проводници – електрони из спољашње љуске су лабаво везани за свој атом, крећу се од атома до атома, а под утицајем електричног поља почињу да се кречу усмерено. Проводници су: бакар, алуминијум, сребро..... Утечностима постоје позитивни и негативни јони који могу да се крећу, а у гасовима јони.
3. Полупроводници – код њих је број слободних наелектрисања већи него код изолатора а мањи него код проводника. Полупроводници су силицијум и германијум.

## 1. ЕЛЕКТРОСТАТИКА

### 1.1 Наелектрисување

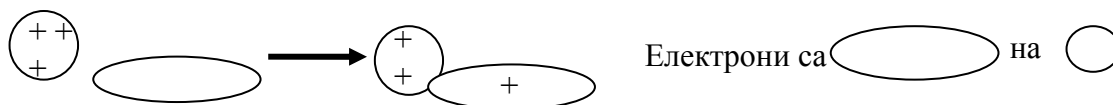
Електростатика проучава узајамно деловање непокретних наелектрисаних тела. Тело које има више електрона него протона наелектрисано је негативно. Оно које има мање електрона него протона наелектрисано је позитивно.

Тела се могу наелектрисати:

1. трењем (шипка и тканина)
2. додиром

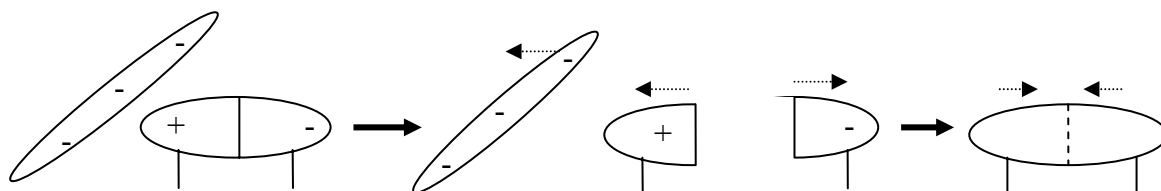


Електрони са  на 



Електрони са  на 

3. индукцијом



У било ком процесу наелектрисувања крећу се електрони тако што или прелазе са једног тела на друго, или се премештају унутар једног тела. Укупан број електрона у систему се не мења па важи закон одржања наелектрисувања.

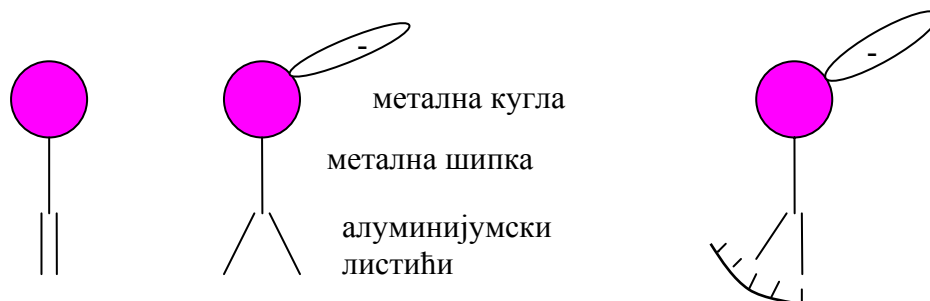
### 1.2 Количина наелектрисувања

Количина наелектрисувања је мера наелектрисаности тела. Обележава се са  $q$ . Јединица је кулон С. Најмања количина наелектрисувања у природи је електрон, па се свако наелектрисување може приказати као целобројни умножак наелектрисувања електрона:  $q = Ne$ .

Наелектрисување електрона:  $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ С}$ .

### 1.3 Електроскоп и електрометар

Електроскопом се утврђује да ли је тело наелектрисано. Електрометром може да се измери количина наелектривања.



За домаћи и вежбање:  
Практикум 1

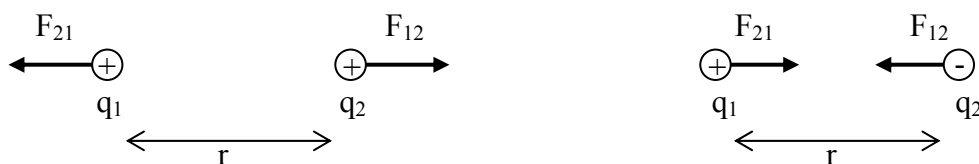
### 1.4 Кулонов закон

Тела наелектрисана различитим наелектривањима се привлаче, а истим одбијају. Тачкасто наелектривање је тело чије су димензије занемарљиве у односу на растојање тог тела од других наелектриваних тела са којима реагује.

Интензитет силе између два тачкаста наелектривања сразмеран је количинама оба наелектривања а обрнуто сразмеран квадрату растојања између њих. Силе делују дуж правца који спаја наелектривања и привлачне су ако су наелектривања различитог знака а одбојне ако су истог.

$$\text{ИНТЕНЗИТЕТ: } F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q_1q_2}{r^2}$$

ПРАВАЦ И СМЕР:



Јединица за силу је њутн (N).  $\epsilon_0$  је диелектрична пропустљивост вакуума и износи  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$ .  $\epsilon_r$  је релативна диелектрична пропустљивост средине, неименован је број, а за ваздух  $\epsilon_r = 1$ .

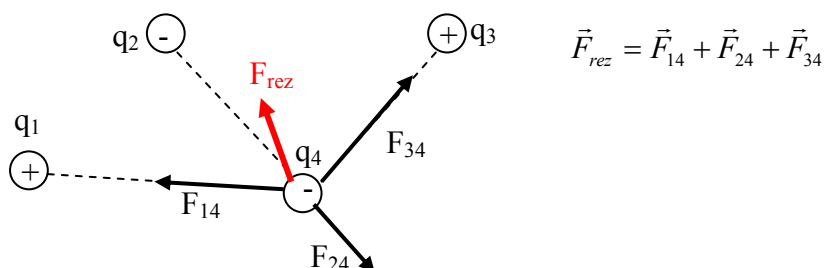
**ВАЖНО:** Сила је векторска величина и слика на којој су приказани правац и смер је обавезна. У обрасцу за рачунање интензитета силе увек рачунати са  $|q|$ .

За домаћи и вежбање:  
 Физика 2, задаци: 302 – 308, 311, 312, 322  
 Митић: 2.1.1 – 2.1.4, 2.1.6  
 Социјална: 2.1.1 – 2.1.4  
 Практикум 2

ЧАС:  
 Митић: 2.1.1, 2.1.2, 2.1.3, Ф2:305

### 1.5 Кулонов закон, интеракција више наелектрисања – принцип суперпозиције

У систему са више тачкастих наелектрисања електричне силе делују између свака два наелектрисања. Укупно сила која делује на једно од наелектрисања једнака је векторском збиру свих сила којима сва друга наелектрисања делују на дато.



За домаћи и вежбање:  
 Физика 2, задаци: 309, 310, 313– 321, 323  
 Митић: 2.1.7 – 2.1.10  
 Практикум 2

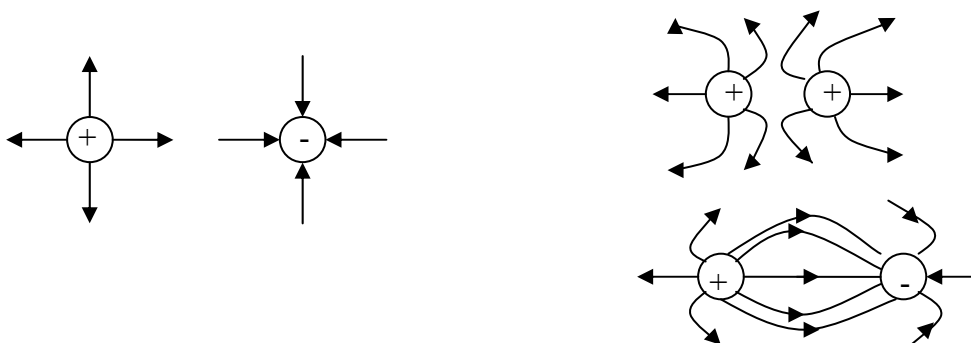
ЧАС:  
 Митић: 2.1.8, 2.1.9

### 1.6 Електрично поље

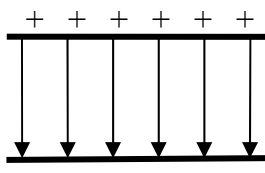
Око сваког наелектрисаног тела постоји електрично поље. Оно делује електричним силама на свако наелектрисано тело које се у њему налази. Графички се може представити линијама линијама електричног поља. Линије поља излазе из позитивног наелектрисања а улазе у негативно наелектрисање.

Поља могу бити радијална и хомогена.

РАДИЈАЛНО ПОЉЕ – у свакој тачки има различиту јачину, правац и смер. Овакво је поље тачкастог наелектрисуња, површински наелектрисане сфере....



ХОМОГЕНО ПОЉЕ – у свакој тачки има исту јачину, правац и смер. Овакво је поље у кондензатору, површински наелектрисане равни...



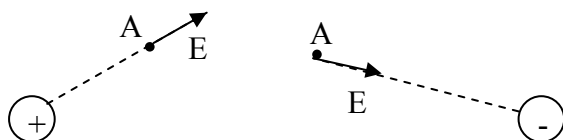
За детектовање поља користи се позитивно пробно наелектрисуње.

## 1.7 Јачина електричног поља у некој тачки

Јачина поља је бројно једнака сили којом то поље делује на јединично пробно наелектрисуње унето у ту тачку. То је векторска величина, дакле има бројну вредност, правац и смер.

Бројна вредност:  $E = \frac{F}{q_p}$

Правац и смер: као сила која би деловала на пробно наелектрисуње у тој тачки (из позитивног излази у негативно улази).



Јединица за јачину поља је  $\frac{N}{C}$  или  $\frac{V}{m}$

Дефинициони образац важи за обе врсте поља, дакле и за радијално и за хомогено.



За тачкасто наелектрисање се може извести још један израз, замењујући кулонову силу у дефинициони образац:

$$E = \frac{F}{q_p} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q}{r^2}$$

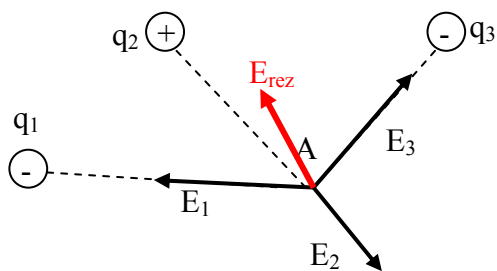
**ВАЖНО:** Јачина поља је векторска величина и слика на којој су приказани правац и смер је обавезна. У обрасцу за рачунање бројне вредности јачине поља увек рачунати са  $|q|$ .

За домаћи и вежбање:  
 Физика 2: 324, 325  
 Митић: 2.2.1 – 2.2.2  
 Социјална: 2.2.5 – 2.2.11  
 Практикум 3

ЧАС:  
 Митић: 2.2.1, 2.2.2

## 1.8 Суперпозиција

Јачина поља система тачкастих наелектрисања у некој тачки једнака је векторском збиру јачина поља које ствара свако појединачно наелектрисање.  $\vec{E}_{rez} = \sum \vec{E}_i$



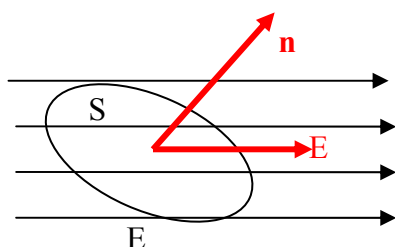
За домаћи и вежбање:  
 Физика 2: 326 - 336  
 Митић: 2.2.7  
 Практикум 3: 10 - 13

ЧАС:  
 Митић: 2.2.7  
 Ф2: 326, 327, 328, 329, 330

## 1.9 Флукс електричног поља

Флукс хомогеног електричног поља јачине  $E$  кроз равну површину  $S$  једнак је:

$$\Psi = \vec{E} \cdot \vec{S} = ES \cos(\vec{E}, \vec{n})$$



Смер нормале се код отворене површине бира произвољно. Код затворених површина увек се поставља спољашња нормала, то јест вектор увек излази из површине.

Флукс је скаларна величина.

Јединица за флукс је  $\frac{Nm^2}{C^2}$  или  $\frac{Vm^2}{m} = Vm$

За домаћи и вежбање:  
Практикум 4

## 1.10 Гаусов закон

Флукс електричног поља кроз произвољну затворену површину једнак је количнику наелектрисања које се налази унутар те затворене површине и константе  $\epsilon$ .

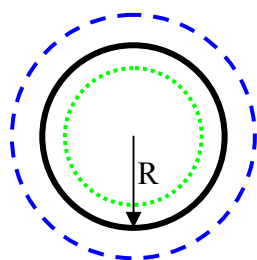
$$\vec{E}\vec{S} = \frac{q}{\epsilon}$$

Флукс је скаларна величина и потребно је узимати у обзир предзнак наелектрисања.

Пример 1. РАВНОМЕРНО ПОВРШИНСКИ НАЕЛЕКТРИСАНА СФЕРА

Површинска густина наелектрисања:  $\sigma = \frac{q}{S} \left[ \frac{C}{m^2} \right]$

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2}$$



a)  $0 < r < R$

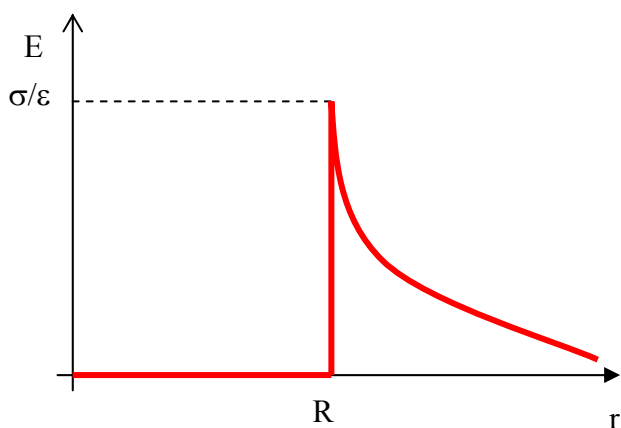
$$ES = \frac{q}{\epsilon} \Rightarrow q = 0 \Rightarrow E = 0$$

b)  $r=R$

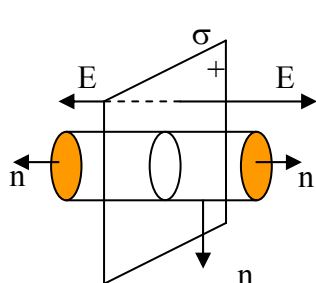
$$ES = \frac{q}{\epsilon} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{R^2} \Rightarrow e = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

c)  $r>R$

$$ES = \frac{q}{\epsilon} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^2} \Rightarrow E = \frac{\sigma R^2}{\epsilon r^2}$$

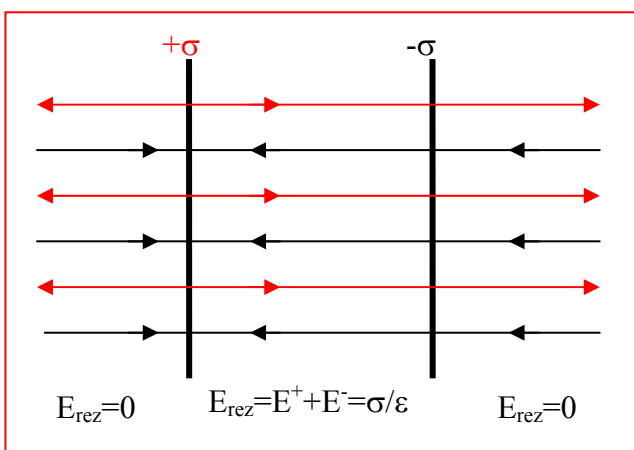


Пример 2. РАВНОМЕРНО ПОВРШИНСКИ НАЕЛЕКТРИСАНА РАВАН



$$\vec{E}\vec{S} = \frac{q}{\epsilon} \Rightarrow 2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon}$$

Пример 3. ПОЉЕ ИЗМЕЂУ ДВЕ РАВНОМЕРНО ПОВРШИНСКИ НАЕЛЕКТРИСАНЕ РАВНИ – ПОЉЕ У КОНДЕНЗАТОРУ



За домаћи и вежбање:  
 Ф2: 337, 338, 341 – 344  
 Митић: 2.2.3 – 2.2.6  
 П4

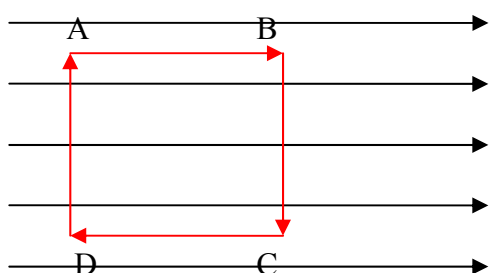
## 1.11 Рад сила у електричном пољу

### ХОМОГЕНО ПОЉЕ

Рад је скаларна величина. Јединица за рад је џул  $[J] = [Nm]$

$$A = \vec{F}\vec{l} = Fl \cos(\vec{F}, \vec{l})$$

1. Рад зависи само од почетног и крајњег положаја тела, а не од путање дуж које се вршио рад.
2. Рад по затвореној путањи једнак је 0.
3. Ако је рад већи од нуле онда је поље вршило рад. Ако је рад мањи од нуле онда је рад вршила страна сила.



Позитивно наелектрисање се помера у хомогеном пољу јачине  $E$  по путањи А-Б-Ц-Д-А. Потребно је израчунати рад на свакој деоници и укупан рад по овој путањи.

$$A_{AB} = qE \cos 0 = qE$$

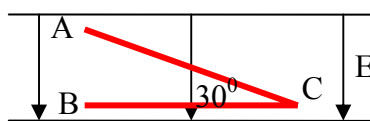
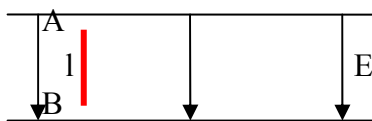
$$A_{BC} = qE \cos 90 = 0$$

$$A_{CD} = qE \cos 180 = -qE$$

$$A_{DA} = qE \cos 90 = 0$$

$$A_{ABCD} = 0$$

Пример: Упоредити радове у случају а и случају б. У оба случаја се позитивно наелектрисање помера из тачке А у тачку Б



$$a) A_{AB} = qEl \cos 0 = qEl$$

$$b) A_{AB} = A_{AC} + A_{CB} = qEx \cos(E, x) + qEy \cos(E, y) = qE \frac{l}{\cos 60} \cos 60 + qE \frac{l}{\sin 30} \cos 90 = qEl$$

За домаћи и вежбање:

Физика 2: 364

Митић: 2.2.19

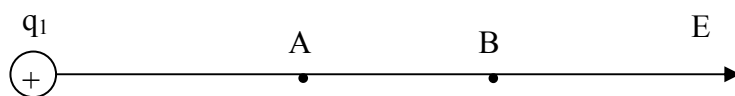
Практикум 5: 1,2

## 1.12 Потенцијална енергија система тачкастих наелектрисања

Сваки систем у коме делују конзервативне силе има потенцијалну енергију. Потенцијална енергија система тачкастих наелектрисања је:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r}$$

Пример: Посматра се тачкасто наелектрисање  $q_1$ . Оно око себе прави електрично поље јачине  $E$ . Ово поље је радијално и у различитим тачкама има различите вредности. Посматрају се тачке А (удаљена од тачкастог наелектрисања за  $r_A$ ) и тачка Б (удаљена од тачкастог наелектрисања за  $r_B$ ).



Ако се у тачку А постави позитивно наелектрисање  $q_2$ , онда је енергија система:

$$W_A = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r_A}$$

Ако се у тачку Б постави позитивно наелектрисање  $q_2$ , онда је енергија система:

$$W_B = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r_B}$$

Претпоставимо да је наелектрисање било прво постављено у А а затим је померено у Б. Померање је у смеру поља! Рад који се изврши једнак је разлици енергија:

$$A_{AB} = W_A - W_B \Rightarrow > 0 \Rightarrow \text{рад је већи од нуле, дакле поље врши рад.}$$

Претпоставимо да је наелектрисање било прво постављено у Б а затим је померено у А. Померање је у супротно смеру поља! Рад који се изврши једнак је разлици енергија:

$$A_{BA} = W_B - W_A \Rightarrow < 0 \Rightarrow \text{рад је мањи од нуле, дакле рад је извршила страна сила.}$$

Потенцијална енергија система више тачкастих наелектрисања једнака је збиру потенцијалних енергија сваког пара наелектрисања.

Енергија је скаларна величина, па према томе наелектрисања узимати свако са својим предзнаком.

Ово је једини начин рачунања рада у радијалном пољу. Дакле, у РАДИЈАЛНОМ ПОЉУ РАД СЕ РАЧУНА ПЕКО ЗАКОНА О ОДРЖАЊУ ЕНЕРГИЈЕ.

За домаћи и вежбање:  
 Физика 2: 352, 357, 371 - 374  
 Митић: 2.2.19  
 Практикум 5:

### 1.13 Потенцијал електричног поља у некој тачки

Потенцијал је бројно једнак електричној потенцијалној енергији коју поседује наелектрисање унето у ту тачку.

$$\varphi_A = \frac{W_A}{q}$$

Потенцијал је скаларна величина. Јединица је волт  $[V] = \left[ \frac{J}{C} \right]$

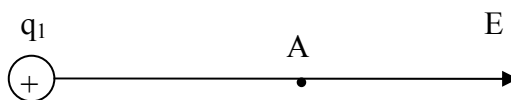
Ово је дефинициони образац и важи и за радијална и за хомогена поља.

Потенцијал је скаларна величина, па према томе наелектрисања узимати свако са својим предзнаком.

### 1.14 Потенцијал електричног поља тачкастог наелектрисања у некој тачки

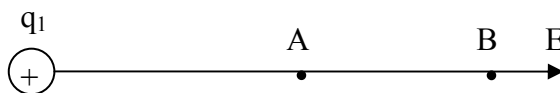
Овај израз важи само за радијална поља, и ако је референтна тачка у бесконачности.

$$\varphi_A = \frac{W_A}{q} = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q}{r_A}}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1}{r_A}$$



Уколико је референтна тачка тачка Б тада је потенцијал у тачки А:

$$\varphi_A = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left( \frac{q_1}{r_A} - \frac{q_1}{r_B} \right)$$

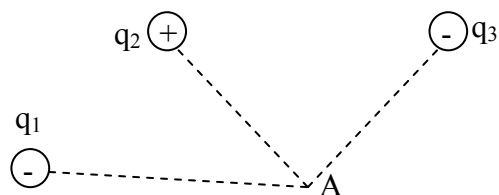


У бесконачности потенцијал је 0.

Потенцијал је скаларна величина, па према томе наелектрисања узимати са предзнаком.

### 1.15 Суперпозиција потенцијала

Потенцијал система тачкастих наелектрисања у некој тачки једнак је збиру потенцијала појединачних тачкастих наелектрисања.



$$\varphi_A = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3$$

Потенцијал је скаларна величина, па према томе наелектрисања узимати са предзнаком.

За домаћи и вежбање:

Физика 2: 345 - 351, 353, 355, 356, 363, 366, 368, 367, 369

Практикум 5:

## 1.16 Рад и потенцијал

Рад при премештању наелектрисања  $q$  из једне тачке у другу тачку поља једнак је производу тог наелектрисања  $q$  и разлике потенцијала у почетној и крајњој тачки.

$$A_{AB} = W_A - W_B = q\varphi_A - q\varphi_B = q(\varphi_A - \varphi_B)$$

## 1.17 Напон

Напон је разлика потенцијала. То је скаларна величина, и јединица је волт. Обележава се са  $U$ . Обратите пажњу да напон између тачака А и Б није исто што и напон између тачака Б и А.

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$$

$$U_{BA} = \varphi_B - \varphi_A$$

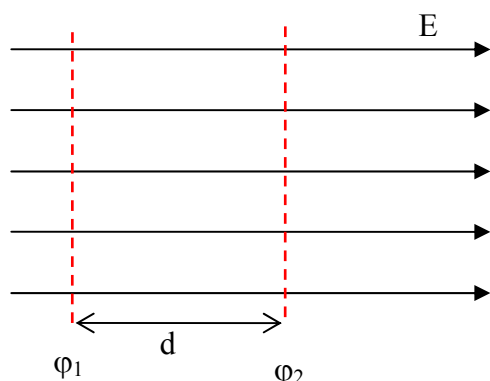
$$U_{AB} = -U_{BA}$$

## 1.18 Еквипотенцијалне површине

Еквипотенцијална површина је површина на којој је у свакој тачки иати потенцијал. Рад при премештању наелектрисања по еквипотенцијалној површини једнак је нули.

Код тачкастог наелектрисања и површински наелектрисане сфере еквипотенцијалне површине су концентричне сфере. Код површински наелектрисане равни еквипотенцијалне површине су равни паралелне са датом наелектрисаном равни.

## 1.19 Јачина поља и потенцијал хомогеног поља



$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU_{12}$$

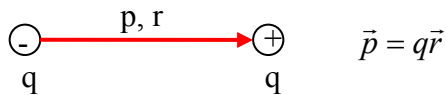
$$A = qEd$$

$$U_{12} = Ed \text{ (смер } E \text{ је исти као смер напона)}$$

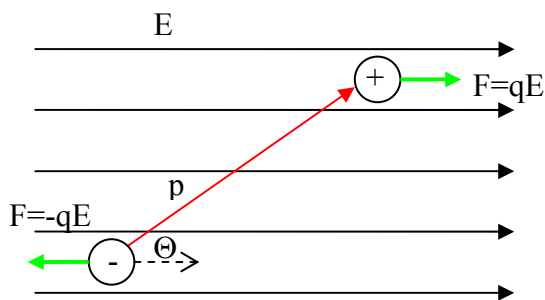
За домаћи и вежбање:  
 Физика 2: 365, 359, 360  
 Митић: 2.2.8 – 2.2.18, 2.2.20  
 Практикум 5  
 Социјална: 2.2.1 – 2.2.8

### 1.20 Електрични дипол

Електрични дипол чине два једнака наелектрисања супротног знака на малом растојању. Момент дипола  $\vec{p}$  је производ количине наелектрисања и вектора растојања  $\vec{r}$ . Вектор растојања је оријентисан од минуса ка плусу па је тако оријентисан и момент дипола.



Када се дипол нађе у пољу јачине  $E$  на његова наелектрисања делују силе које образују спрег сила.



Момент спрега је векторска величина. Бројна вредност момента спрега се може израчунати :

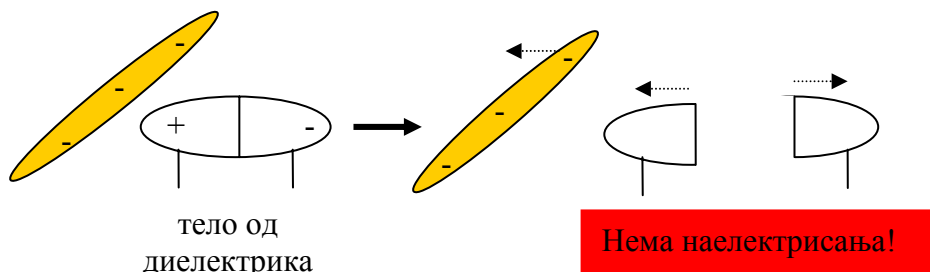
$$M = qEr \sin \Theta, \text{ или } M = pE \sin \Theta$$

Момент спрега тежи да обрне дипол тако да момент дипола  $p$  и јачина поља  $E$  буду колинеарни.

Момент спрега је вектор нормалан на површину на којој леже  $p$  и  $E$ .

### 1.21 Диелектрици

оглед



Индукована наелектрисања на проводнику се могу одвојити а на диелектрику не могу.

Подела диелектрика:

1. диелектрици са неполарним молекулима – поклапају се центри позитивног и негативног наелектрисања молекула

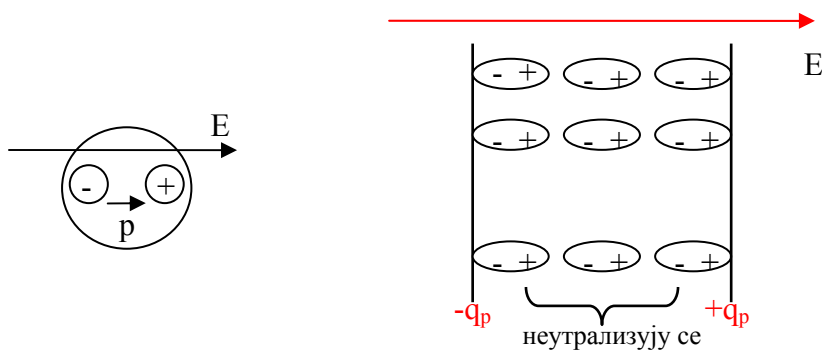


- диелектрици са поларним молекулима – молекул је дипол, померени су центри позитивног и негативног наелектрисања молекула

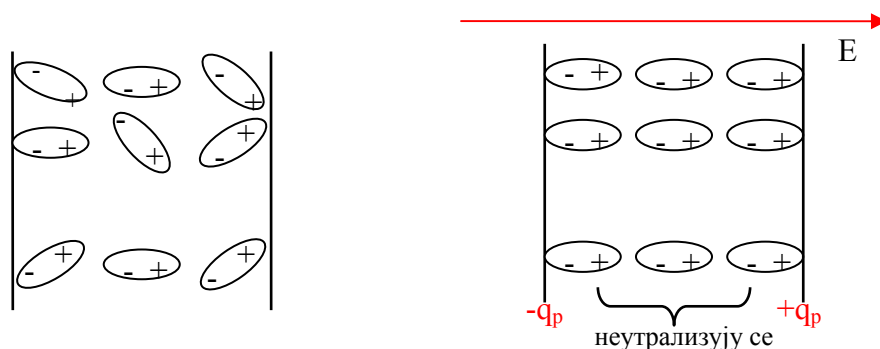
Ван поља обе врсте диелектрика се понашају исто. Код прве врсте не постоје диполни моменти, а код друге укупни диполни момент једнак је 0.

Понашање у пољу:

- диелектрици са неполарним молекулима се поларизују (одвоје позитивни и негативни центри) индукционим ефектом

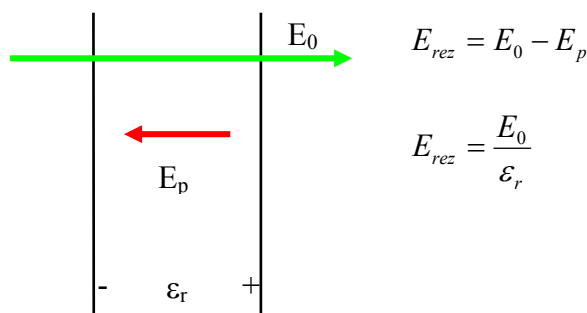


- диелектрици са поларним молекулима се поларизују оријентационим ефектом



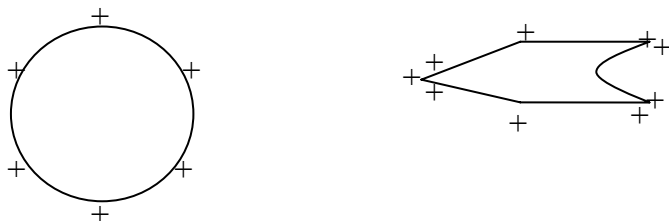
У оба случаја наелектрисања постоје само на површини диелектрика, са једне стране позитивна а са друге стране негативна. У унутрашњости нема наелектрисања. Ова наелектрисања се зову поларизациона наелектрисања. Када се диелектрик изнесе из поља све се враћа у почетно стање.

### ЈАЧИНА ПОЉА У ДИЕЛЕКТРИКУ

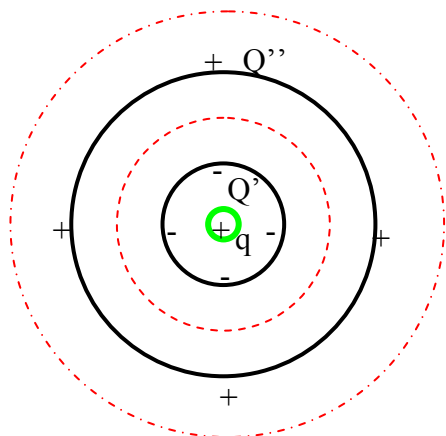


## 1.22 Електрично поље у проводнику

1. Наелектрисање је распоређено по спољашњој површини проводника
2. Јачина поља у проводнику је 0
3. Јачина поља на површини проводника има правац нормале на површину
4. Јачина поља унутар шупљине у проводнику је 0



Пример: Око позитивног тачкастог наелектрисања се постави метална љуска. Утврдити шта се дешава.



Применом Гаусовог закона на унутрашњост љуске:

$$ES = \frac{Q}{\epsilon} = 0 \Rightarrow Q = 0 \Rightarrow q + Q' = 0 \Rightarrow Q' = -q$$

Применом Гаусовог закона ван љуске:

$$ES = \frac{Q}{\epsilon} = 0 \Rightarrow Q = q \Rightarrow q + Q' + Q'' = q \Rightarrow Q'' = q$$

## 1.23 Потенцијал проводника

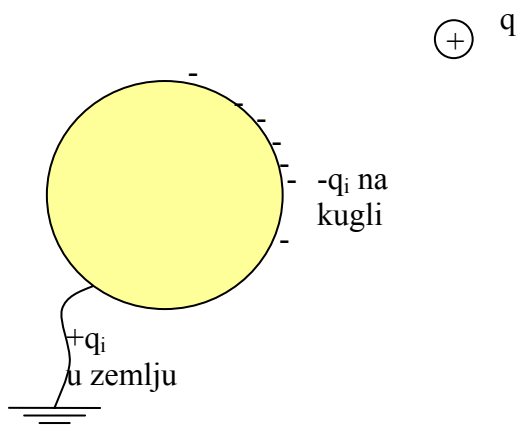
1. У свим тачкама проводника потенцијал је исти.
2. У свакој тачки шупљине потенцијал је исти као у било којој тачки проводника.
3. Када се споје два проводника различитих потенцијала наелектрисања теку док им се потенцијали не изјадначе.

Пример: Проводна кугла је уземљена. На растојању  $r$  од њеног центра се налази мало тачкасто наелектрисање  $q$ . Наћи индуковано наелектрисање на кугли ако је њен полупречник  $R$ .

Потенцијал кугле је исти у свим тачкама и на површини и у унутрашњости кугле. Свеједно је која ће се тачка изабрати да се у њој рачуна потенцијал. Наравно увек се бира она у којој је најједноставније рачунање. У овом случају је то центар кугле.

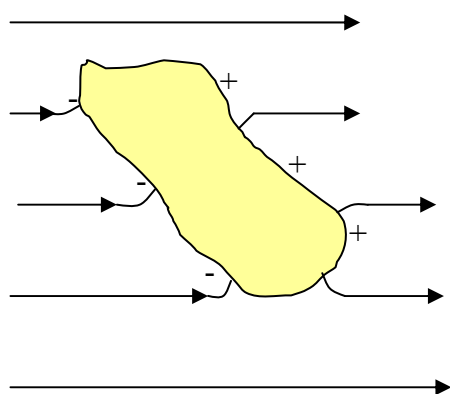
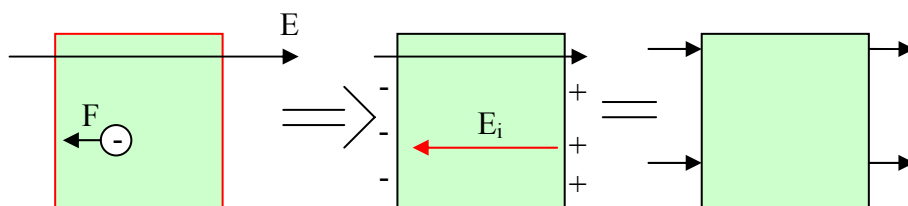
У центру кугле потенцијал прави тачкасто наелектрисање и индукована наелектрисања на површини.

$$\varphi_{kugle} = \varphi_{cenar} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r} - \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_i}{R} = 0 \Rightarrow q_i = q \frac{R}{r}$$



### 1.24 Проводник у електричном пољу

Када се ненаелектрисани проводник унесе у поље наелектрисуња у проводнику ће се кретати до успостављања равнотеже. Раздвајање наелектрисуња престаје када се изједначе интензитети спољашњег и индукованог поља. На једној површини проводника индукује се позитивно, на другој негативно наелектрисуње, а резултантно поље у проводнику једнако је нули.



За домаћи и вежбање:  
 Физика 2: 370, 405 - 417  
 Митић: 2.4.1 – 2.4.4  
 Практикум 6

## 1.25 Капацитивност усамљеног проводника

Капацитет проводника је бројно једнак количини наелектрисања које треба предати проводнику да би му се потенцијал повећао за 1 волт.

$$C = \frac{Q}{\varphi}$$

Капацитет зависи од облика и величине проводника. Јединица за капацитивност је фарад  $[F] = \left[ \frac{C}{V} \right]$ . Фарад је велика јединица, и у пракси се користе микро, пико и нано фаради.

На пример капацитивност сферног проводника:

$$C = \frac{Q}{\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{R}} = 4\pi\epsilon R$$

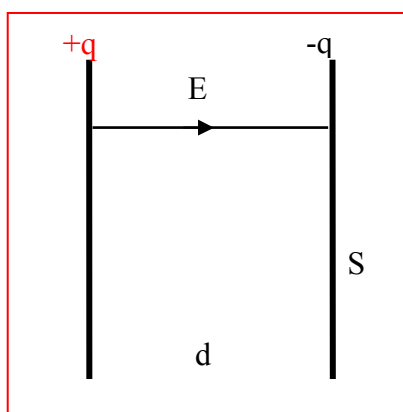
У просуству другог проводника капацитивност се мења и то је искоришћено за прављење кондензатора који имају већи капацитет од усамљених проводника.

## 1.26 Кондензатори

Капацитет кондензатора бројно је једнак количини наелектрисања које треба предати кондензатору да би му се напон између облога повећао за 1 волт.

$$C = \frac{Q}{U}$$

Раван кондензатор чине 2 једнаке металне плоче на малом растојању.



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{q}{S\epsilon}$$

$$U = Ed = \frac{qd}{S\epsilon}$$

$$C = \frac{Q}{U} = \epsilon \frac{S}{d}$$

За домаћи и вежбање:

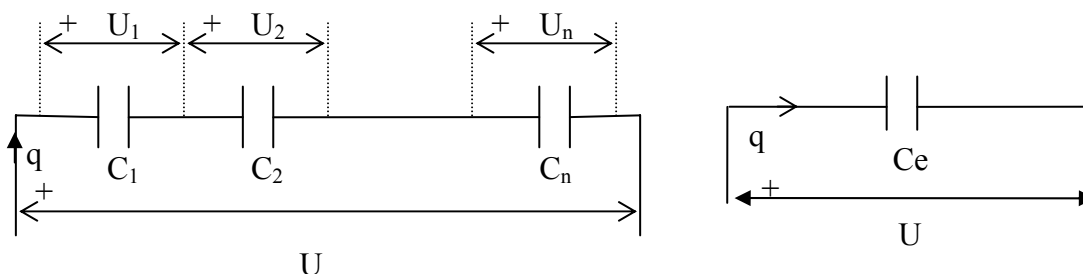
Физика 2: 377 - 382, 385, 386

Митић: 2.3.1 – 2.3.8

Практикум 7

### 1.27 Везивање кондензатора и еквивалентна капацитивност

- редна веза



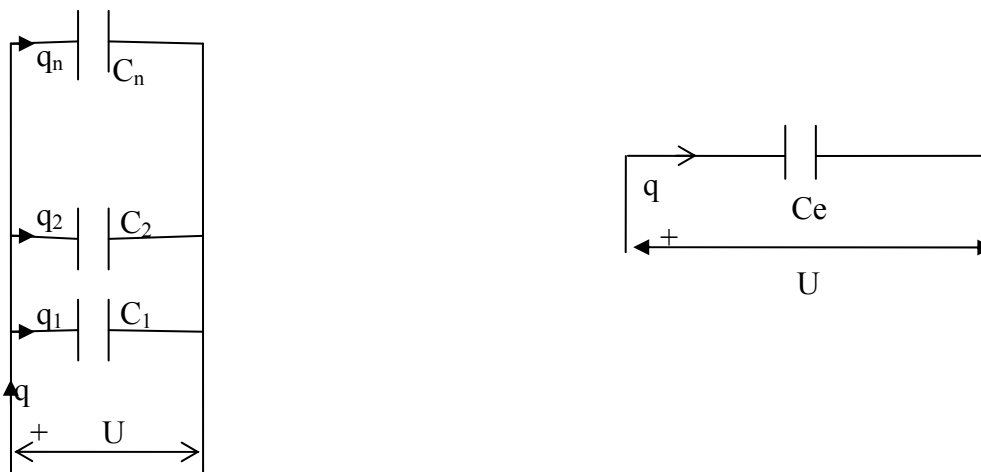
$$U = q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{C_e} = \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right)$$

$$C_1 \neq C_2 \neq C_3 \dots$$

$$U_1 \neq U_2 \neq U_3 \dots$$

$$q_1 = q_2 = q_3 \dots$$

- паралелна веза



$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n$$

$$q = U(C_1 + C_2 + \dots + C_n) = UC_e, \text{ или}$$

$$C_e = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

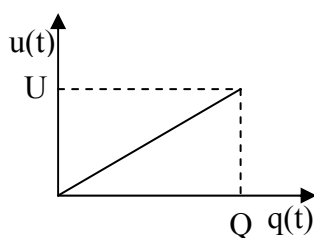
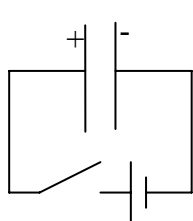
$$C_1 \neq C_2 \neq C_3 \dots$$

$$U_1 = U_2 = U_3 \dots$$

$$q_1 \neq q_2 \neq q_3 \dots$$

За вежбање и домаћи:  
 Ф2: 384, 387 – 392, 396 - 403  
 Митић: 2.3.9 – 2.3.20 2.4.1 – 2.4.12  
 П8:  
 Социјална: 2.3.1 – 2.3.23, 2.4.1 – 2.4.5

## 1.28 Оптерећење и енергија кондензатора



$$Q = CU$$

$$U = Ed$$

$$U_{sr} = \frac{0+U}{2} = \frac{U}{2}$$

$$A = QU_{sr}$$

$$W = A = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

## 1.29 Пробој диелектрика

Под дејством спољашњег поља јавља се поларизација. Ако је поље сувише јако одвојиће се електрони од атома и јавиће се струја. Диелектрична чврстоћа је минималан интензитет електричног поља  $E_{kr}$  у диелектрику при коме долази до пробоја. За ваздух

$$E_{kr} = 30 \frac{kV}{cm}$$

Пример: Три кондензатора  $C_1=100pF$ ,  $C_2=200pF$ ,  $C_3=300pF$  везани су редно и прикључени на напон од 1000V. Који би кондензатор први пробио у случају да нису предвиђени за виши напон.

$$q = \frac{6}{11} 10^{-7} C$$

$$U_1 = \frac{6}{11} kV$$

$$U_2 = \frac{3}{11} kV$$

$$U_3 = \frac{2}{11} kV$$

За вежбање и домаћи:  
Ф2: 393, 394  
П9:  
Социјална: 2.5.1 – 2.5.14  
За систематизацију:  
Социјална: 2.6.1 – 2.6.6

## 2. ЈЕДНОСМЕРНЕ СТРУЈЕ

### 2.1 Појам једносмерне струје

Електрична струја је усмерено кретање наелектрисаних честица. Слободне наелектрисане честице које се могу кретати усмерено се зову носиоци електричне струје. У металима носиоци електричне струје су електрони, у електролитима позитивни и негативни јони, а у јонизованим гасовима електрони и јони.

Подела према врсти носилаца наелектрисуња:

1. електронске (кондукционе) струје, метали и вакуум, нема промене средине
2. јонске струје, хемијске промене средине

Подела премавременској променљивости:

1. непроменљива (једносмерна стална струја)
2. променљива (и смер може да се мења)

Ако у проводнику постоји електрично поље, кроз њега тече електрична струја.

### 2.2 Пратећа дејства електричне струје

1. Загревање проводника – електрична енергија се претвара у топлотну
2. Магнетно поље – око сваког проводника са струјом постоји магнетно поље
3. Хемијске реакције – електролиза код електролита
4. Светлосно дејство – сијалица
5. Механичко дејство

### 2.3 Појам електричног кола и елементи кола

Елементи кола су:

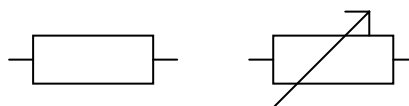
1. извор (унутрашњи део кола)
2. пријемник (спољашњи део кола)
3. проводници (спољашњи део кола)

Да би кроз проводник текла струја коло мора бити затворено и на његовим крајевима мора бити разлике потенцијала.

Ознаке извора:



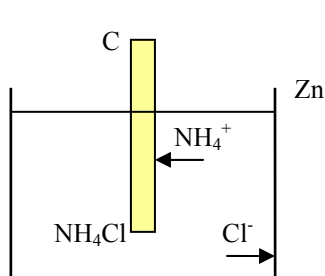
Ознаке термогених пријемника:



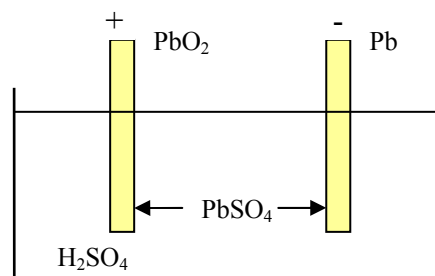
### 2.4 Подела извора

1. Електрохемијски – хемијска енергија се претвара у електричну. Ови извори имају две електроде: позитивну и негативну и електролит (водени раствор киселина, база или соли).





Лекланшеов елемент



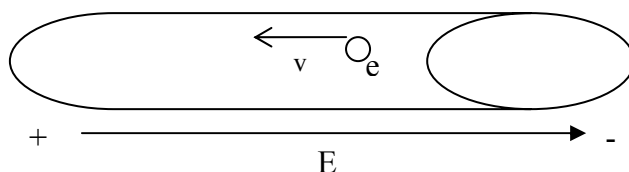
Акумулатор

2. Механички – код електричних машине
3. Термоелектрични – топлотна енергија се претвара у електричну. Ако се загрева место споја два разнотодна метала долази до усмереног кретања електрона, а на крајевима термоспоја се јавља разлика потенцијала.
4. Фотоелектрични – енергија светлосног зрачења се претвара у електричну помоћу фотоелемената.

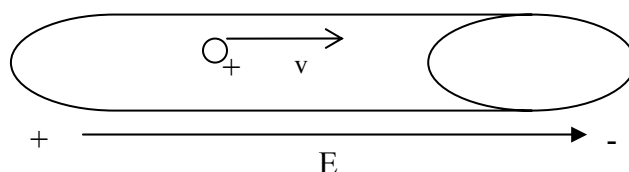
## 2.5 Јачина, смер и густина струје

### Смер:

- Физички – то је стварни смер кретања носилаца наелектрисања. У проводнику се крећу електрони и овај смер је супротан смеру вектора поља.



- Технички – усвојен исти као смер E, од вишег ка нижем потенцијалу



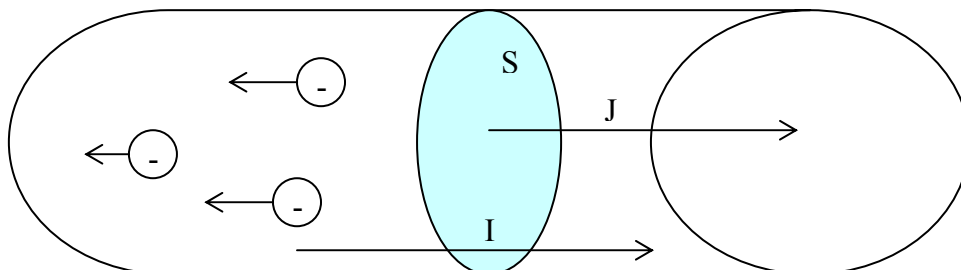
### Јачина струје – I

Јачина струје кроз попречни пресек проводника бројно је једнака количини наелектрисања која прође кроз ту површину у јединици времена.

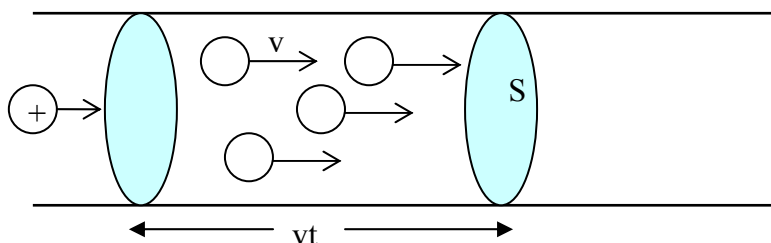
$$I = \frac{Q}{t}, \text{ јединица је А } \left[ \frac{\text{C}}{\text{s}} \right]$$

Густина струје -  $\vec{J}$ 

Интензитет густине струје је бројно једнак јачини струје кроз јединичну површину нормалну на правац кретања наелектрисања. Смер густине струје је исти као смер позитивних носилаца струје.



$$J = \frac{I}{S}, \text{ јединица је } \left[ \frac{A}{m^2} \right]$$

**Веза између густине струје и брзине носилаца наелектрисања**

$q_0$  – наелектрисање једног носиоца

$v$  – средња брзина носивоца

$S$  – попречни пресек

За време  $t$  кроз попречни пресек ће проћи сви они који се налазе у цилиндру запремине  $V = Svt$ . Ако је  $N'$  запреминска концентрација (број носилаца по јединици запремине) онда их има:

$$N = N'V = N'Svt$$

Укупна количина наелектрисања је:

$$Q = Ne = N'Svte$$

Јачина и густина струје су тада:

$$I = \frac{Q}{t} = N'Sve, \quad J = \frac{I}{S} = N've$$

Како смер густине струје одговара смеру кретања позитивних носилаца онда је:

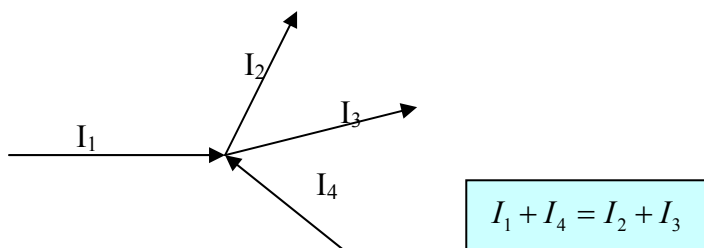
$$\vec{J} = -eN'\vec{v}$$

Брзина кретања је реда величине  $10^{-6} \text{ m/s}$ .

За вежбање:  
 Ф2: 447 – 457  
 Митић: 3.1.1 – 3.1.6  
 П1: 1 – 7  
 Социјална: 3.1.1 – 3.1.6

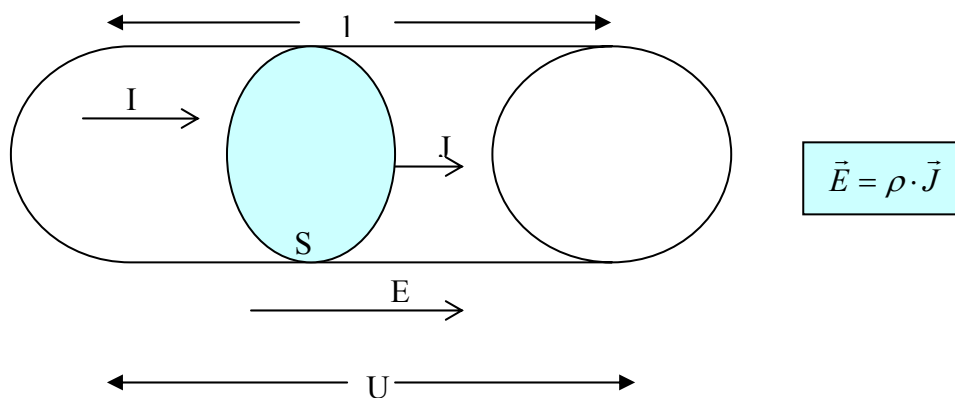
## 2.6 Први Кирхофов закон

Алгебарска сума јачине струја у сваком чвору једнака је нули.  $\sum I = 0$



За вежбање:  
 П1: 8 – 13

## 2.7 Електрична отпорност



Специфична отпорност се обележава са  $\rho$ . Јединица је  $\rho = \left[ \frac{E}{J} \right] = \left[ \frac{V}{\frac{m}{A}} \right] = \left[ \frac{V}{A} m \right] = [\Omega m]$

За проводник са слике важи:

$$U = El, \quad J = \frac{I}{S}, \quad \text{и како је } E = \rho J$$

$$\frac{U}{l} = \rho \frac{I}{S}$$

$$U = \rho \frac{l}{S} I$$

За један проводник  $\rho$ ,  $l$  и  $S$  су константни, па је напон сразмеран струји. Коэффициент сразмерности се назива електрична отпорност и обележава се са  $R$ . Дакле:

$$U = RI, \text{ то јест } R = \rho \frac{l}{S}$$

$$\text{Јединица за отпорност је ом } [\Omega]. [\Omega] = \left[ \frac{V}{A} \right]$$

За вежбање:  
 Ф2: 458 – 462, 464  
 Митић: 3.2.9 – 3.2.12  
 П2: 1 – 12

## 2.8 Зависност $\rho$ и $R$ од температуре

При већој температури веће је термичко кретање електрона па је потребно и јаче поље да се они усмере.

$$\rho(\Theta) = \rho_{20} [1 + \alpha(\Theta - 20)]$$

$$R(\Theta) = R_{20} [1 + \alpha(\Theta - 20)]$$

$\rho_{20}$  – специфична отпорност на собној температури

$\alpha$  - температурни коефицијент  $\left[ \frac{1}{^{\circ}C} \right]$

## 2.9 Специфична проводност и проводност

Реципрочна вредност специфичне отпорности је специфична проводност  $\gamma$ .

$$\gamma = \frac{1}{\rho}, \text{ а јединица је } \left[ \frac{1}{\Omega m} \right] = \left[ \frac{S}{m} \right], \quad [S] = \left[ \frac{1}{\Omega} \right], \text{ и зове се сименс}$$

Електрична проводност је реципрочна вредност електричне отпорности и обележава се са  $G$ .

$$G = \frac{1}{R}, \text{ а јединица је } [S] = \left[ \frac{1}{\Omega} \right]$$

Проводност се може израчунати:

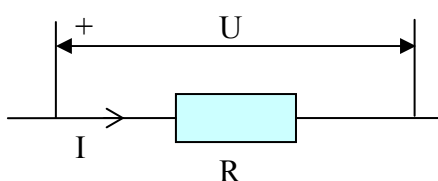
$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{\rho \frac{l}{S}} = \frac{1}{\rho} \frac{S}{l} = \gamma \frac{S}{l}$$

За вежбање:  
 Ф2: 468 – 472  
 Митић: 3.2.13 – 3.2.15  
 ПЗ:

## 2.10 Омов закон

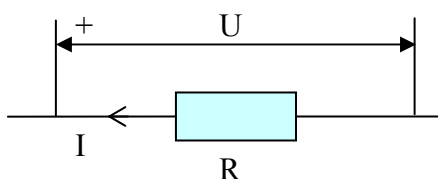
Јачина струје кроз проводник сразмерна је напону на његовим крајевима а обрнуто сразмерна његовој отпорности.

- усаглашени смерови



$$I = \frac{U}{R}$$

- неусаглашени смерови



$$I = -\frac{U}{R}$$

## 2.11 Џулов закон

При протицању струје константне јачине  $I$  кроз проводник отпорности  $R$  за време  $t$  на проводнику се ослободи одређена количина топлоте. Ова топлота је једнака раду електростатичких сила:

$$A = Q = I^2 R t$$

Заменама из Омовог закона се могу добити следеће једначине:

$$A = Q = I^2 R t = U I t = \frac{U^2}{R} t$$

## 2.12 Снага електричне струје

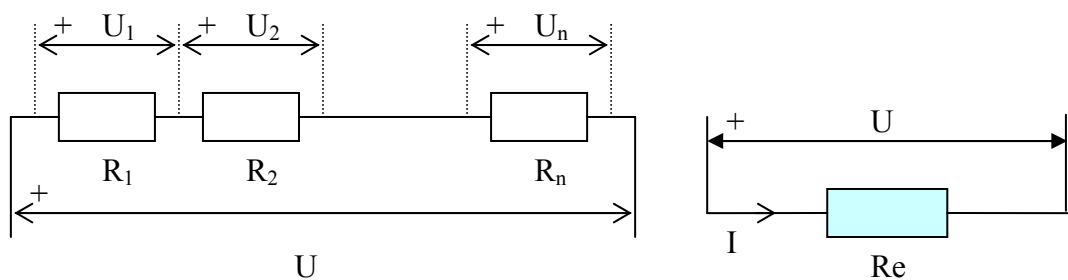
Снага је бројно једнака раду који се изврши у јединици времена. Снага се означава са  $P$  а јединица је  $W[J/s]$ .

$$P = \frac{A}{t} = \frac{U I t}{t} = U I = R I^2 = \frac{U^2}{R}$$

За вежбање:  
 Ф2: 465 – 467, 516 - 520  
 Митић: 3.2.1 – 3.2.8  
 П4:  
 Социјална: 3.2.1 – 3.2.17

### 2.13 Везивање отпорника и еквивалентна отпорност

- редна веза



$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

$$U = I(R_1 + R_2 + \dots + R_n) = IR_e$$

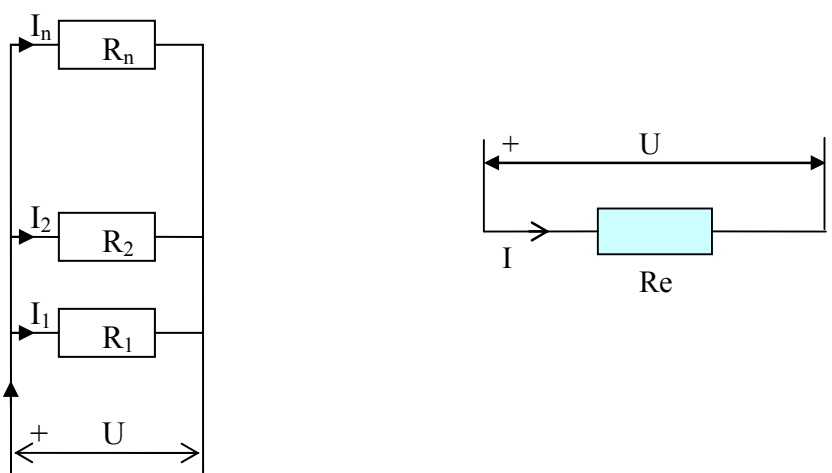
$$R_e = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n$$

$$P = I(U_1 + U_2 + \dots + U_n)$$

$$P = I^2 R_e$$

- паралелна веза



$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

$$I = U \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right)$$

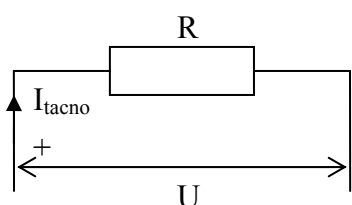
или  $G_e = G_1 + G_2 + \dots + G_n$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_e} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right)$$

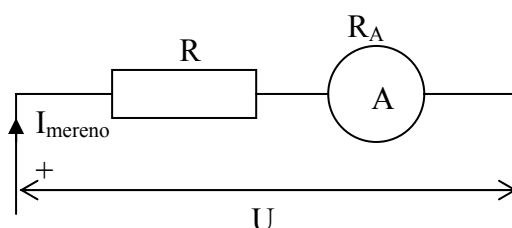
За вежбање:  
 Ф2: 521 - 530  
 Митић: 3.4.1 – 3.4.8  
 П5:  
 Социјална: 3.3.1 – 3.3.9

## 2.14 Мерење јачине струје

Јачина струје се мери амперметром. Његов унутрашњи отпор треба да буде што мањи. Идеални амперметар има унутрашњу отпорност једнаку нули. У коло се везује редно.

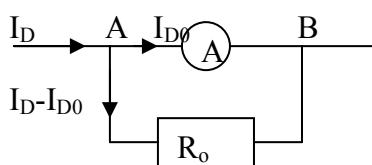


$$I_{\text{тачно}} = \frac{U}{R}$$



$$I_{\text{мерено}} = \frac{U}{R + R_A}$$

Проширење опсега амперметра



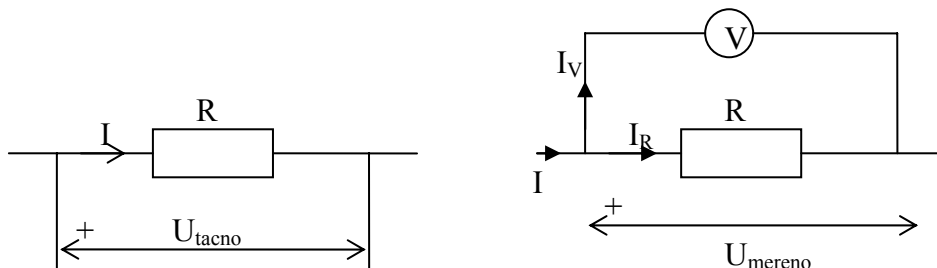
$$U_{AB} = R_A I_{D0} = R_0 (I_D - I_{D0})$$

$$R_0 = \frac{R_A}{\frac{I_D}{I_{D0}} - 1} = \frac{R_A}{m_A - 1}, \text{ где је } m_A \text{ моћ умножавања}$$

\*задатак 5 са П6.

## 2.15 Мерење напона

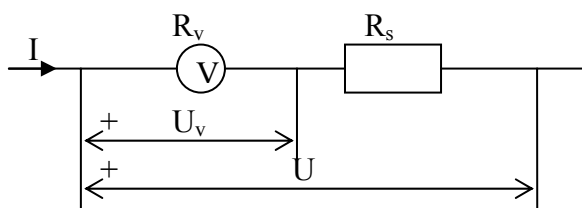
Напон се мери волтметром. Његов унутрашњи отпор треба да буде што већи. Идеалан волтметар има бесконачну унутрашњу отпорност. Везује се паралелно.



$$U_t = RI$$

$$U_m = R_V I_V = RI_R \quad I = I_V + I_R$$

*Проширење опсега волтметра*



$$I = \frac{U_v}{R_v} = \frac{U}{R_v + R_s}$$

$$\frac{U}{U_v} = \frac{R_v + R_s}{R_v} = m$$

*Одавде је вредност шанта за проширивање опсега:*

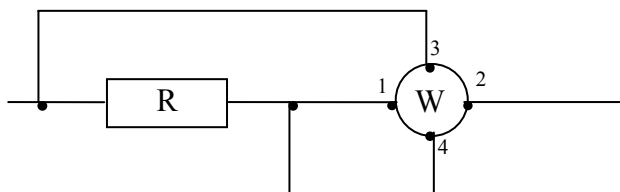
$$R_s = R_v(m-1)$$

## 2.16 Мерење снаге

Врши се:

1. директним читавањем

Ватметар има 4 прикључка. Струјни прикључци (1,2) се везују на ред са пријемником а

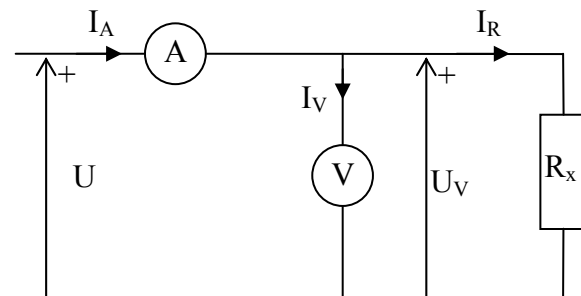


напонски (3,4) у паралелу.

2. методом амперметра и волтметра



а) за мерење малих снага

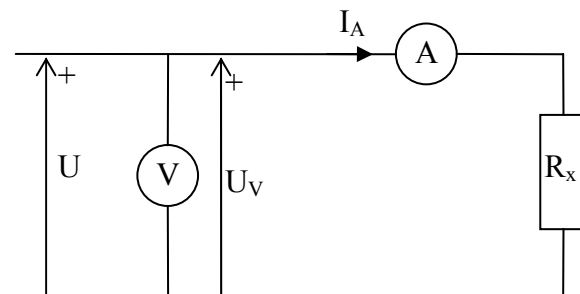


Измерена снага је:

$$P_{xm} = I_A \cdot U_V = U_V (I_V + I_R) = P_V + P_{Rxtac}$$

Ако је  $R_x \ll R_V \Rightarrow I_V \approx 0 \Rightarrow P_V \approx 0$

б) за мерење великих снага



Измерена снага је:

$$P_{Rxm} = I_A \cdot U_V = I_A (U_A + U_{Rx}) = P_A + P_{Rxtac}$$

Ако је  $R_x \gg R_A \Rightarrow U_A \approx 0 \Rightarrow P_A \approx 0$

## 2.17 Електрични генератори, електромоторна сила, унутрашња отпорност генератора

Електрични генератор претвара енергију друге врсте (механичку, хемијску, топлотну) у електричну. Рад који се изврши у извору за раздвајање позитивних и негативних наелектрисања и стварање потенцијалне разлике је :

$$A = Q \cdot U'$$

Напон на крајевима извора кад није у колу се назива електромоторна сила – EMS.

$$E = U' = \frac{A}{Q}$$

Јединица за електромоторну силу је волт. Смер (скалар) је од минуса ка плусу.

Када се коло затвори протекне струја  $I = \frac{Q}{t}$ . Рад који врши генератор да одржи

ову струју је:

$$A = Q \cdot E = I \cdot E \cdot t,$$

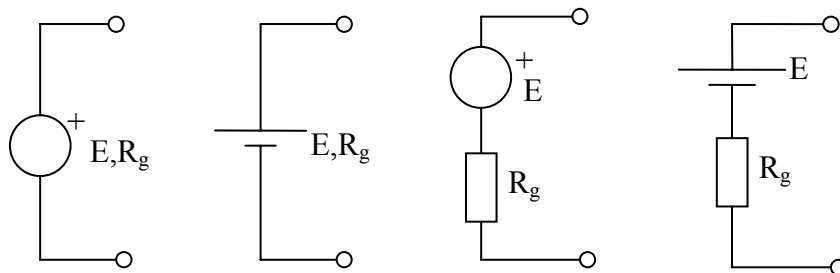
а снага:

$$P = E \cdot I$$

Када кроз генератор тече струја један део његове енергије се претвори у топлоту:

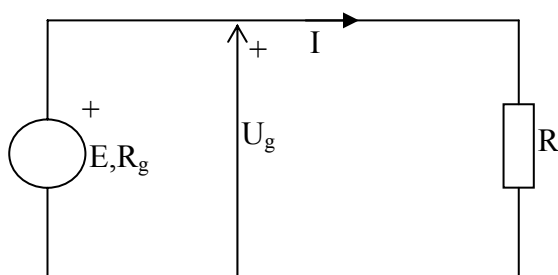
$$P_g = R_g \cdot I^2$$

Означавање:



За вежбање:  
Ф2: 444,445,446

## 2.18 Просто коло



По закону о одржању енергије:

$$E \cdot I = R_g \cdot I^2 + R \cdot I^2$$

$$I = \frac{E}{R + R_g}$$

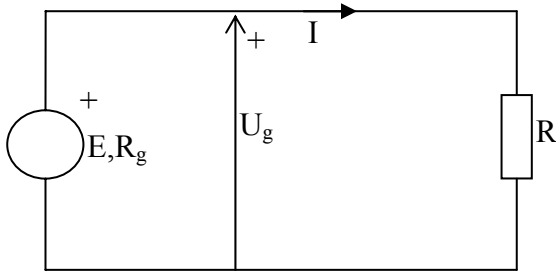
Утрошена снага је  $P_u = EI$ , корисна снага је  $P_k = RI^2$ , па је степен искоришћења:

$$\eta = \frac{P_k}{P_u} = \frac{RI^2}{EI} = \frac{R}{R + R_g}$$

Степен искоришћења је неименован број, креће се између 0 и 1.  $\eta_{\%} = \eta \cdot 100$

Код идеалног генератора унутрашња отпорност је 0, па је степен искоришћења једнак јединици.

## 2.19 Напон на прикључцима генератора, режими рада



По закону о одржању енергије:

$$E \cdot I = R_g \cdot I^2 + R \cdot I^2$$

$$E - R_g I = RI = U_g$$

Када није у празном ходу напон на прикључцима је  $U_g = E - R_g I$

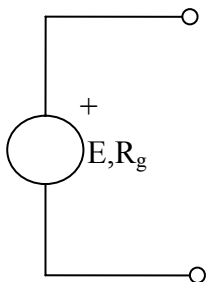
Закључак: Напон на крајевима генератора једнак је електромоторној сили ако је:

1. у празном ходу
2. ако је идеалан,  $R_g = 0$

### Режим празног хода

$$R = \infty \Rightarrow I = 0 \Rightarrow U_g = E$$

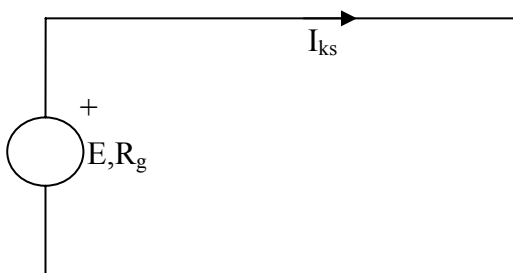
$$P_g = 0 \dots P_k = 0 \dots \eta = 1$$

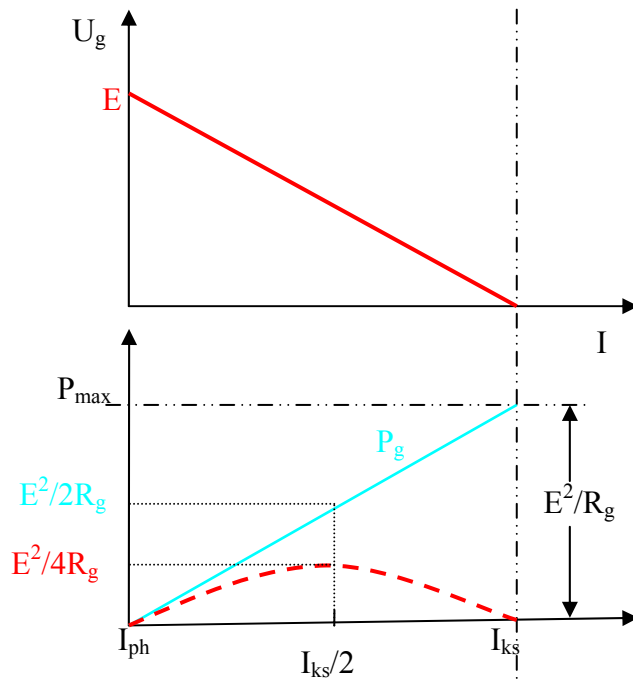


### Режим кратког споја

$$R = 0 \dots U_g = 0 \dots I_{ks} = \frac{E}{R_g}$$

$$P_k = 0 \dots P_g = \frac{E^2}{R_g} = P_{\max} \dots \eta = 0$$



**Прилагођење по снази –  $P_{k \max}$** 

$$EI = R_g I^2 + RI^2$$

$$P_k = RI^2 = EI - R_g I^2$$

$$P_k = E^2 \frac{R}{(R + R_g)^2}$$

Максимална корисна снага се добија за  $R = R_g$ , а тада је  $P_{k \max} = \frac{E^2}{4R_g}$

Такође, тада је:

$$I = \frac{E}{2R_g} = \frac{I_{kS}}{2}$$

$$U = \frac{E}{2}$$

$$P_g = \frac{E^2}{2R_g}$$

$$\eta = 0.5$$

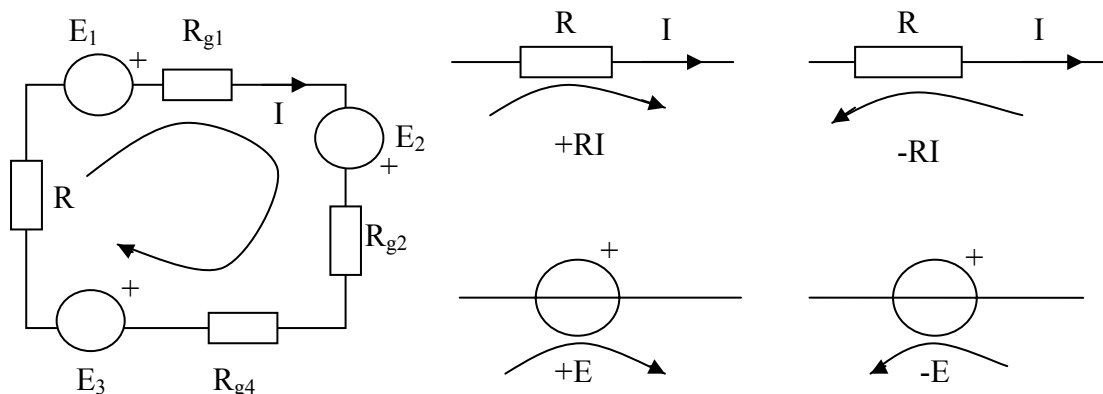
За вежбање:

П6

Социјална: 3.4.1 – 3.4.18

### Просто коло са више генератора и пријемника

Други Кирхофов закон: Збир свих напона по једној затвореној контури једнак је нули.

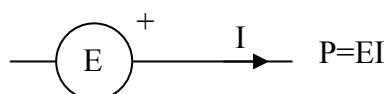


$$\sum E_i = \sum R_i I_i$$

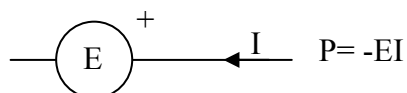
$$-E_3 + E_2 + E_1 = R_{g1} I + R_{g2} I + R_{g3} I + R I$$

У Зависности од смера струје кроз генератор он може да се понаша као:

1. предајник – даје енергију у коло

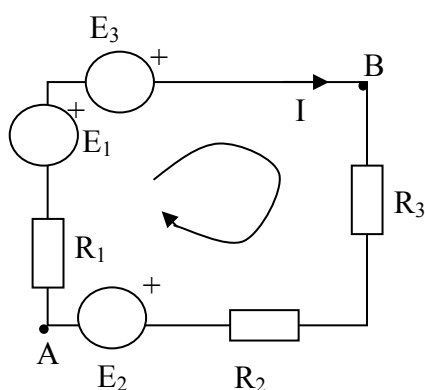


2. пријемник – узима енергију



За вежбање:  
 П7  
 Митић: 3.3.1 – 3.3.15  
 Социјална: 3.5.1 – 3.5.8

### Напон између две тачке и потенцијал тачака у колу

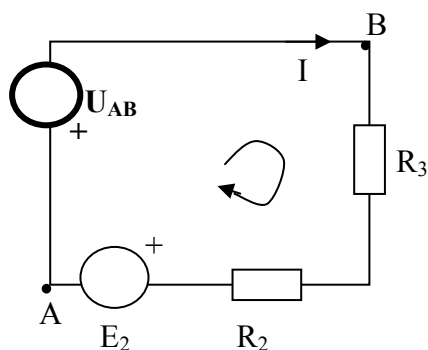


$$U_{AB} = ?$$

$$I = \frac{E_1 - E_2 + E_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Техника за ђаке:

1. Издвојити део кола за који треба прорачунати напон.
2. Пренети смер струје из оригиналног кола
3. Фиктивно спојити тачке између којих се тражи напон и на ту грану уцртати емс која се зове  $U_{AB}$  са знаком плус ка првом слову (A)
4. Оријентисати контуру, и написати једначину за њу:



$$-U_{AB} - E_2 = R_3 I + R_2 I$$

5. Решити једначину по  $U_{AB}$

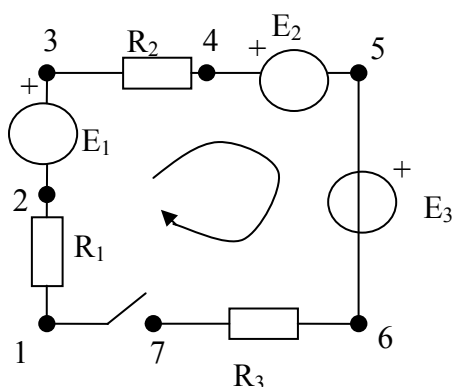
$$U_{AB} = -E_2 - (R_2 + R_3) I$$

6. Заменили вредност струје из целог кола

$$U_{AB} = -E_2 - (R_2 + R_3) \frac{E_1 - E_2 + E_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

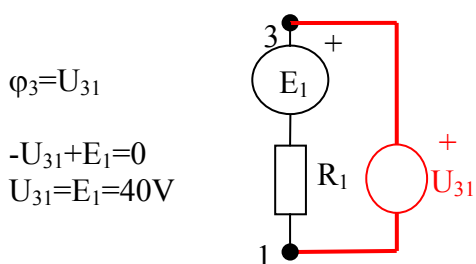
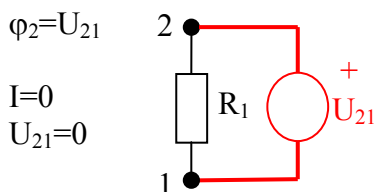
Потенцијал је исто што и напон, само је једна тачка изабрана за референтну.

**Бројни пример: нацртати дијаграм потенцијала а) прекидач отворен, б) прекидач затворен. Тачка 1 је референтна**



Подаци:  
 $E_1=40V$   
 $E_2=75V$   
 $E_3=25V$   
 $R_1=150\Omega$   
 $R_2=400\Omega$   
 $R_3=450\Omega$

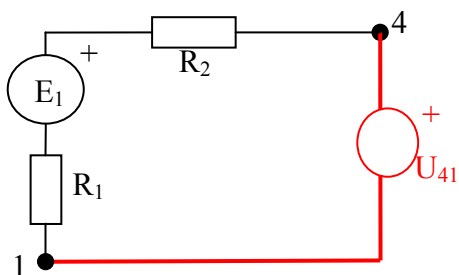
- а) када је прекидач отворен нема струје,  $I=0$



$$\varphi_4 = U_{41}$$

$$-U_{41} + E_1 = 0$$

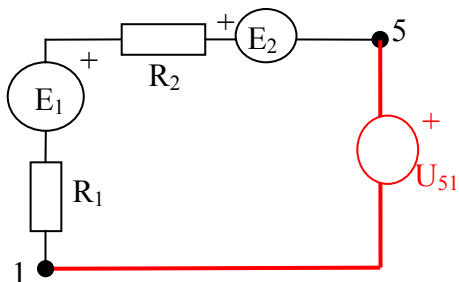
$$U_{41} = E_1 = 40V$$



$$\varphi_5 = U_{51}$$

$$-U_{51} + E_1 - E_2 = 0$$

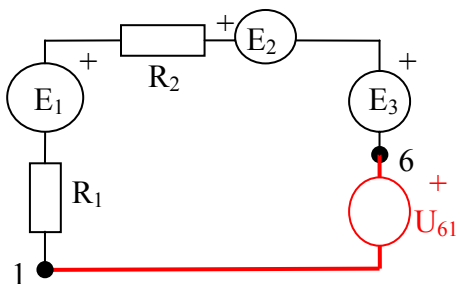
$$U_{51} = E_1 + E_2 = -35V$$



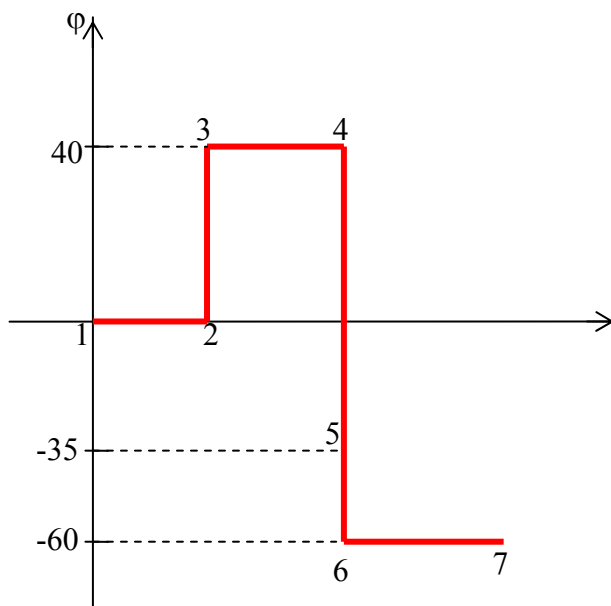
$$\varphi_6 = U_{61}$$

$$-U_{61} + E_1 - E_2 - E_3 = 0$$

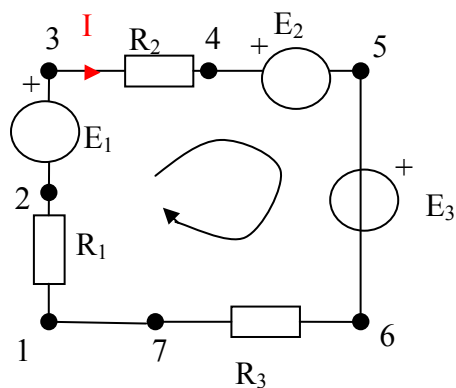
$$U_{61} = -60V$$



$$\varphi_7 = U_{71} = U_{61} = -60V$$



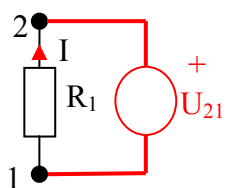
**б) када је прекидач затворен**



$$I = \frac{E_1 - E_2 - E_3}{R_1 + R_2 + R_3} = -60mA$$

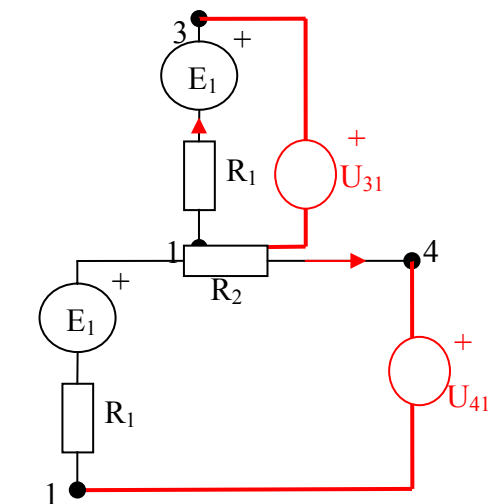
$\varphi_2 = U_{21}$

$I = -60mA$   
 $U_{21} = -R_1 I = 9V$



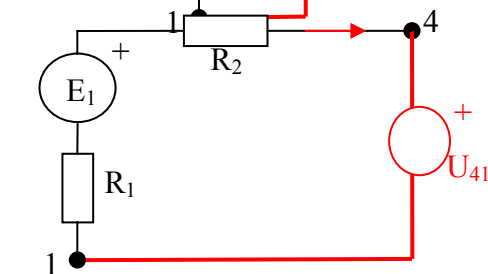
$\varphi_3 = U_{31}$

$-U_{31} + E_1 = R_1 I$   
 $U_{31} = E_1 - R_1 I = 49V$



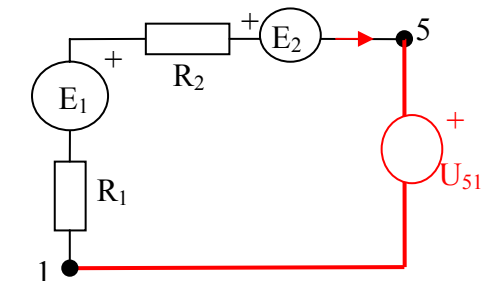
$\varphi_4 = U_{41}$

$U_{41} = 73V$



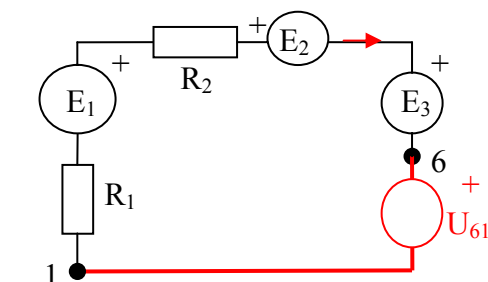
$\varphi_5 = U_{51}$

$U_{51} = -2V$



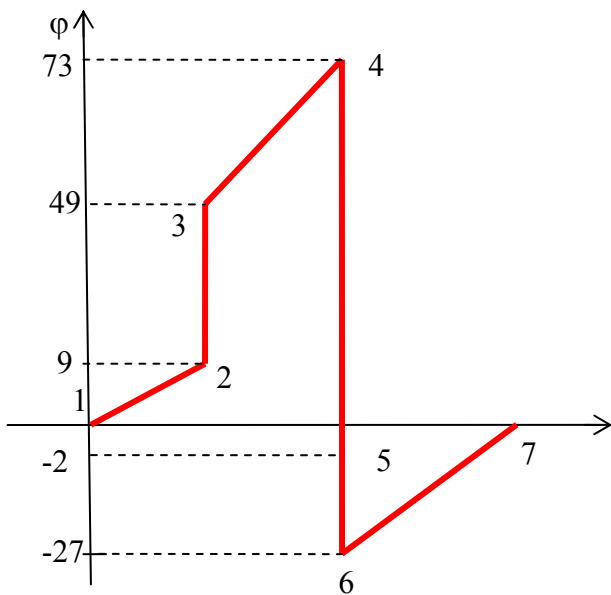
$\varphi_6 = U_{61}$

$U_{61} = -27V$





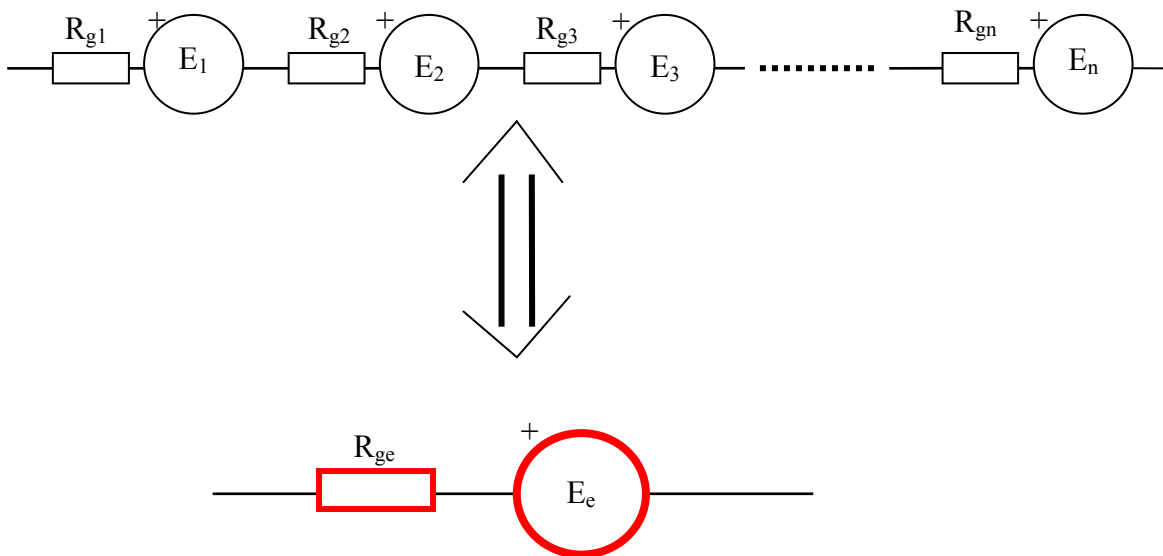
$\varphi_7 = U_{71} = 0V$



За вежбање:  
П8

### Везивање напонских генератора

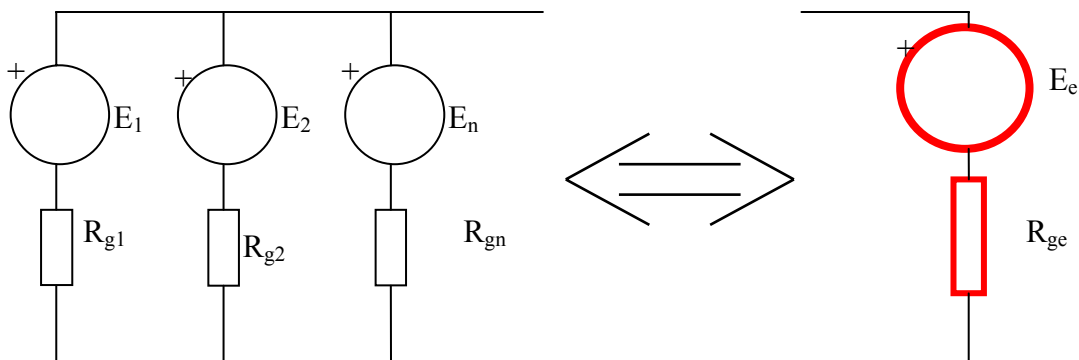
А) редна веза



$$E_e = \sum \pm E$$

$$R_{ge} = \sum R_g$$

Б) паралелна веза

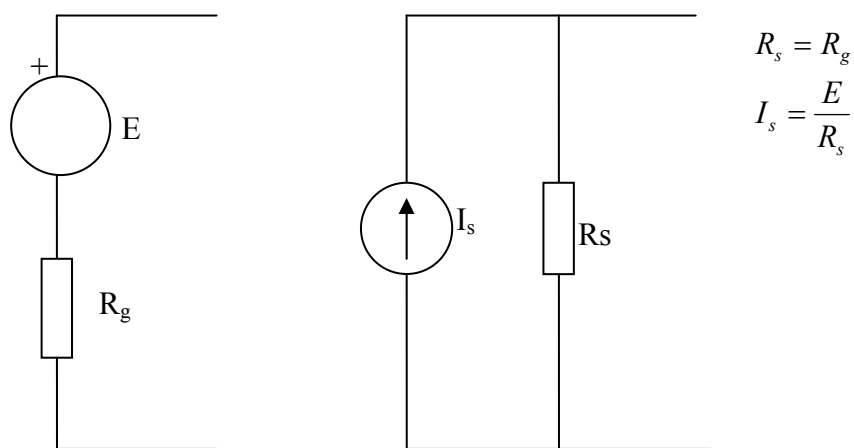


$$E_e = \frac{\sum \frac{\pm E_k}{R_k}}{\sum \frac{1}{R_k}} \qquad \frac{1}{R_e} = \sum \frac{1}{R_k}$$

Ако има  $n$  једнаких тада је  $E_e = E, R_e = \frac{R_g}{n}$

Идеалан напонски генератор има унутрашњу отпорност једнаку 0.

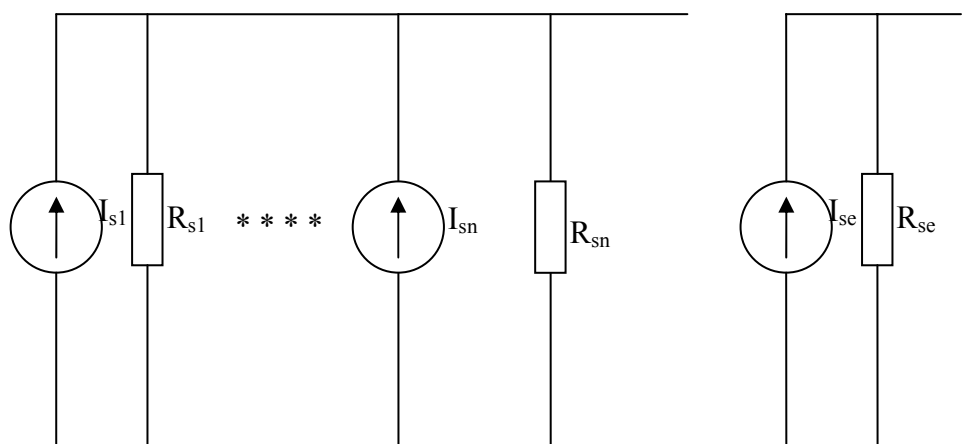
### Струјни генератори и везивање струјних генератора



Идеалан струјни генератор има бесконачну унутрашњу отпорност.

**За идеалан напонски генератор не постоји еквивалентни струјни генератор и обрнуто.**

А) паралелна веза



$$I_{se} = \sum \pm I_s \qquad \frac{1}{R_{se}} = \sum \frac{1}{R_s}$$

Б) редна веза

Ако су струјни генератори везани редно, потребно је сваки појединачно заменити еквивалентним напонским. Затим те напонске генераторе заменити једним еквивалентним напонским. На крају добијени напонски генератор заменити еквивалентним струјним генератором.

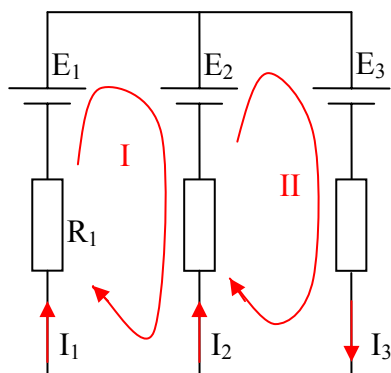
За вежбање:  
 Митић: 3.5.1 – 3.5.9  
 Социјална: 3.6.1 – 3.6.5, 3.8.1 – 3.8.5

### Решавање сложених кола методом кирхофових закона

У сложеном колу се изброји број грана  $N_g$  и чворова  $N_c$ . Празне гране се не броје. Затим се по првом Кирхофовом закону пише  $N_c - 1$  једначина, а по другом  $N_g - (N_c - 1)$  једначина.

За проверу: укупан број написаних једначина мора бити једнак броју грана.

**Пример:**



- $E_1 = 15V$
- $E_2 = E_3 = 20V$
- $R_1 = 5\Omega$
- $R_2 = 10\Omega$
- $R_3 = 15\Omega$

$$I_3 = I_1 + I_2$$

$$R_1 I_1 - R_2 I_2 = E_1 - E_2$$

$$R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_2 + E_3$$

---

$$I_2 = 1\text{A}$$

$$I_1 = 1\text{A}$$

$$I_3 = 2\text{A}$$

За вежбање:

Митић: 3.6.1 – 3.6.15

Социјална: 3.7.1 – 3.7.16

За систематизацију:

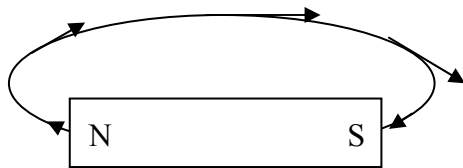
Социјална: 3.9.1 – 3.9.13

### 3. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКА

#### Магнетно поље

Магнет је свко тело које има особину да привлачи гвоздене предмете. Појава привлачења се назива магнетизам. Магнети се деле на природне (магнетит) и вештачке (гвожђе, хром, волфрам, кобалт). Сваки магнет има два пола: северни (N) и јужни(S).

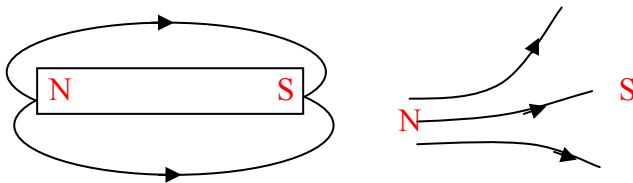
Око сваког магнета постоји магнетно поље. Оно је резултат дајства магнетних сила. Магнетно поље се приказује помоћу магнетних линија сила. Свака линија пролази кроз магнет и затворена је. Магнетно поље је вртложно, тј. линије немају ни почетак ни крај. Усмерене су од северног ка јужном полу. Правац се поклапа са правцем тангенте на



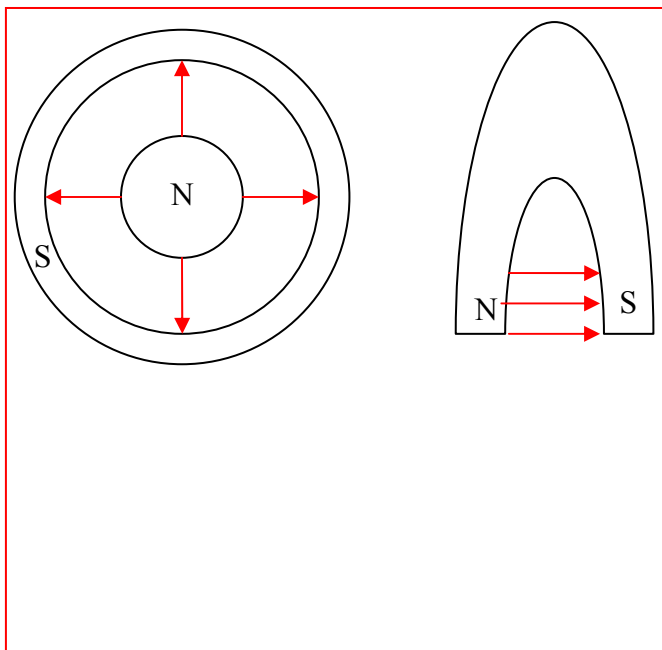
линију у свакој тачки.

Задаци за вежбање на часу:

1. Обележити полове



2. Нацртати линије поља

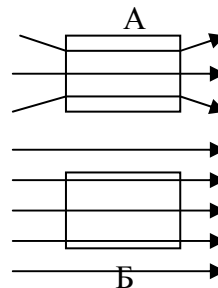


3. Да ли су астронаути на Месецу имали компас (НЕ)

4. Због чега се кутије компаса израђују од месинга, алуминијума или дрвета

(Гвоздена кутија би променила правац магнетног поља Земље, то јест поља не би ни било у кутији)

5. Од каквог материјала су тела на сликама

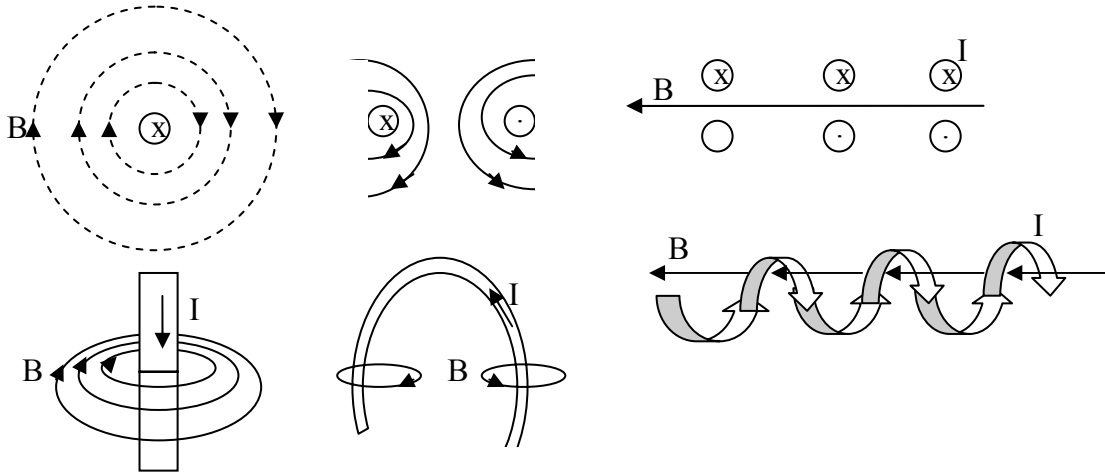


А - гвозђе

Б - немагнетни материјал

## Магнетно поље струјних проводника

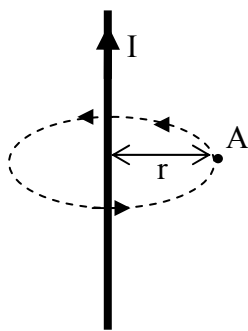
Око наелектрисања која се крећу кроз проводник постоји магнетно поље. Линије су концентричне кружнице, чији је центар у проводнику. Густина линија опада са удаљавањем од проводника.



За вежбање:  
Практикум 1

## Магнетна индукција. Био – Саваров закон

- праволинијски проводник са струјом

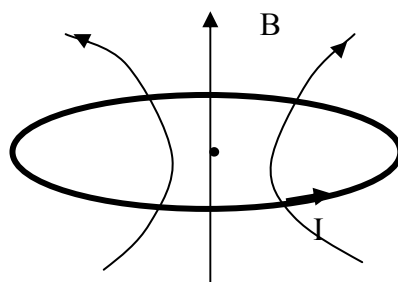
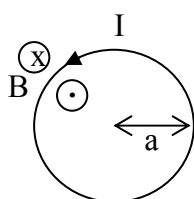


Магнетна индукција  $B$  је векторска величина. Интензитет се рачуна по формули:  $B = \frac{\mu I}{2\pi r}$ , а јединица је тесла [Т]. Правац је тангента на кружницу, а смер се одређује правилем десне руке.

$\mu$  је магнетна пермеабилност средине. Магнетна пермеабилност ваздуха и вакуума се обележава са  $\mu_0$  и износи  $4\pi 10^{-7} \left[ \frac{N}{A^2} \right], \left[ \frac{H}{m} \right] ili \left[ \frac{Tm}{A} \right]$ .

$\mu = \mu_r \mu_0$ , где је  $\mu_r$  релативна магнетна пермеабилност средине и неименован је број.

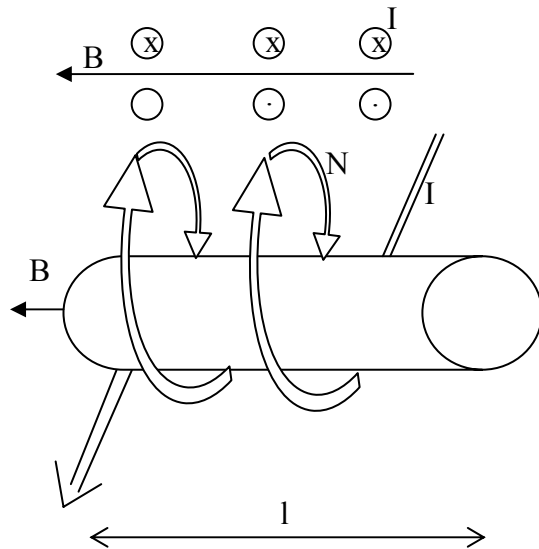
- кружна контура



Индукција није иста у свакој тачки у унутрашњости контуре. Образац важи само за центар контуре.

$$B = \frac{\mu I}{2a}$$

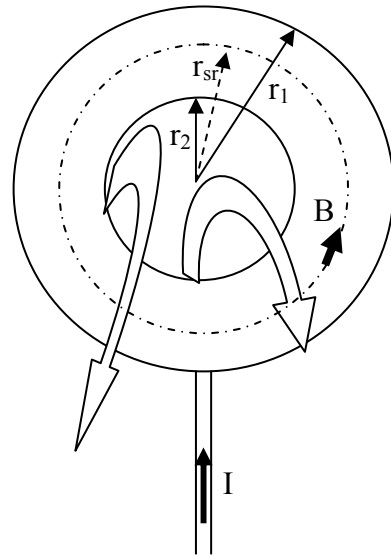
- соленоид



Поље у соленоиду је хомогено

$$B = \frac{\mu NI}{l}$$

-торус



Поље у торусу је хомогено

$$B = \frac{\mu NI}{l_{sr}} = \frac{\mu NI}{2\pi r_{sr}} \quad r_{sr} = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

### Јачина магнетног поља

Јачина магнетног поља  $H$  је векторска величина. Правац и смер се одређују исто као код магнетне индукције. Јединица за јачину магнетног поља је  $\left[\frac{A}{m}\right]$ . Бројна вредност:

$$H = \frac{B}{\mu}$$

-Праволинијски проводник:  $H = \frac{I}{2\pi r}$

-кружна контура:  $H = \frac{I}{2a}$

-соленоид:  $H = \frac{NI}{l}$

-торус:  $H = \frac{NI}{l_{sr}}$

За вежбање:

Митић: 4.2.1 – 4.2.14

Социјална: 4.1.3 - 4.1.8

Ф2: 574 – 583, 587

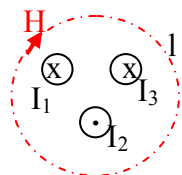
Практикум 2

## Амперов закон

Ако магнетно поље настаје од више проводника таквих да кроз сваки протиче струја и ако је  $l$  дужина затворене линије која их обухвата тада је:

$$Hl = \sum I$$

Пример:  $Hl = I_1 - I_2 + I_3$



За вежбање:

Митић: 4.2.1 – 4.2.14

Социјална: 4.4.1 - 4.4.5

Ф2: 584 - 586

## Магнетно поље у присуству супстанце

Однос магнетне индукције у присуству супстанце  $B$  и магнетне индукције у вакууму  $B_0$  се назива релативна магнетна пермеабилност  $\mu_r$ .

$$\mu_r = \frac{B}{B_0} = \frac{\mu}{\mu_0}, \text{ и неименован је број}$$

Према вредности релативне магнетне пермеабилности сви материјали се деле у 3 групе:

1. дијамагнетици,  $\mu_r < 1$  (бизмут, сребро, олово, бакар, вода; око 0.99)
2. парамагнетици,  $\mu_r > 1$  (платина, алуминијум, кисеоник, ваздух; око 1.00027)
3. феромагнетици,  $\mu_r \gg 1$  (гвожђе, кобалт, никал и њихове легуре; од 70 – 100000)

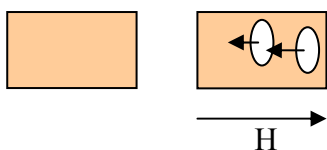
## Магнетна својства материјала

Електрони се крећу двојачко: око своје осе и око језгра. Свако наелектрисање које се креће представља струју а свака струја ствара магнетно поље. Сваки атом је систем струјних контура које се називају Амперове струје.

Ако се материјал не налази у страном магнетном пољу тада је поље Амперових струја приметно само у околини атома.

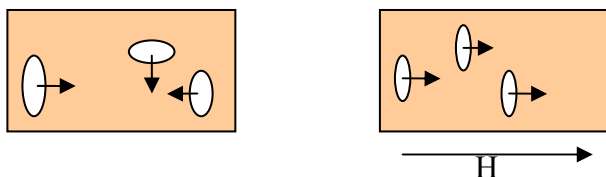
Понашање у страном магнетном пољу:

1. Дијамагнетици – не поседују сопствени магнетни момент. Ако се унесу у страном магнетно поље долази до промене кретања електрона, јављају се струје на нивоу атома које стварају ово поље супротног смера. Ово поље је малог интензитета па је резултантно поље мало мање од страног поља.

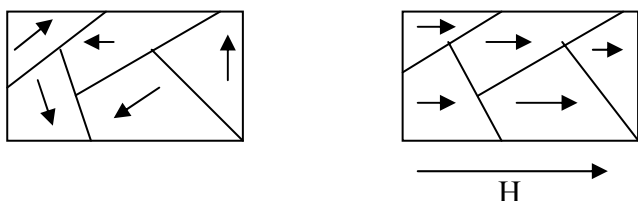




2. Парамагнетици – атоми поседују резултантни магнетни момент. Ако нема страног поља елементарна магнетна поља су у свим правцима. У страном пољу настаје оријентација у смеру страног поља и укупно поље се незнатно повећава.

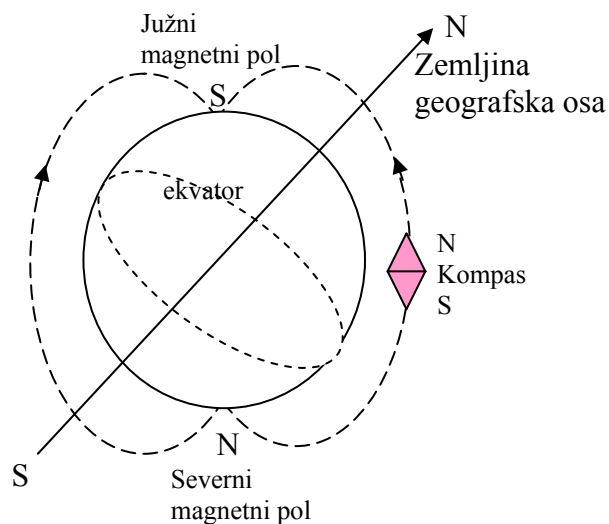


3. Феромагнетици – овде постоје групе атома или молекула са истом оријентацијом магнетних момената. Називају се домени. Када се материјал унесе у страном поље настаје оријентација домена у смеру поља. Укупно поље се многоструко повећава.



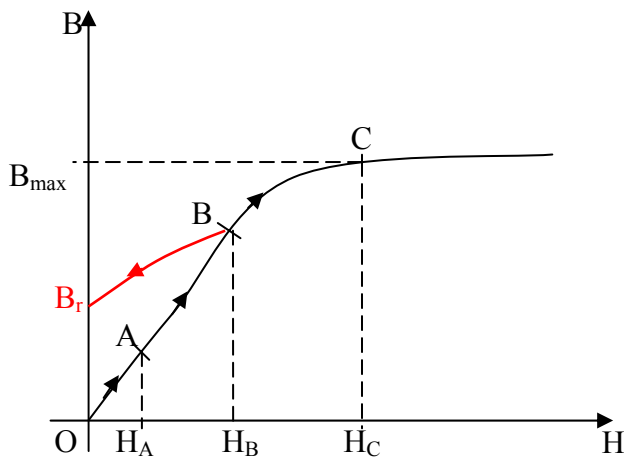
Код дијамагнетика и парамагнетика  $\mu_r$  је константно, а код феромагнетика зависи од јачине магнетног поља  $H$  и од температуре. При високим температурама нарушава се оријентација магнетних момената и феромагнетни материјали губе магнетна својства. Критична температура се назива Киријева температура, и за гвожђе она износи 770, кобалт 1145 и никл 360 степени.

- магнетно поље Земље



### Магнетисање феромагнетних материјала

Феромагнетни материјал који раније није био намагнетисан изложи се дејству магнетног поља чију вредност повећавамо од 0 до  $H$ .

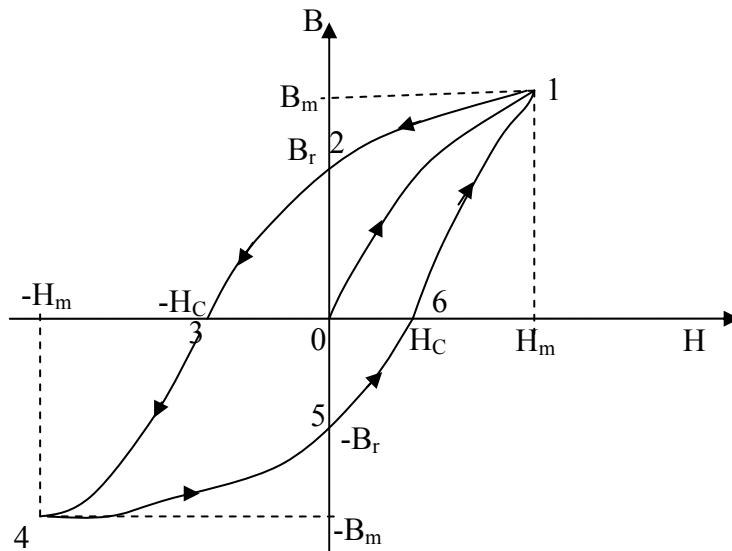


У области ОА поље расте од 0 до  $H_A$ , оријентишу се само домени чији су моменти приближни по правцу и смеру пољу  $H$ .  $B$  и  $H$  су скоро пропорционални,  $\mu_r$  је скоро константно. Ако се у тачки А укине поље индукција пада на 0.

У области АБ расте  $H$ , повећава се број оријентисаних домена. Ако у тачки Б почнемо да смањујемо поље ка 0  $B$  ће спорије опадати од  $H$ , па када  $H$  постане 0  $B$  ће имати вредност  $B_r$  – то је заостали, реманентни магнетизам.

Област БЦ води у засићење, где су сви домени оријентисани. Ако се поље повећава преко вредности  $H_C$  индукција више не може да се повећава.

Динамичка крива магнећења се добија када се феромагнетни материјал изложи дејству променљивог магнетног поља.



0–1: крива прве магнетизације  
 1-2:  $H$  опада до 0, а  $B$  до реманентне индукције  
 2-3: јачина поља расте у супротном смеру, индукција опада до 0.  $H_C$  је коерцитивно поље, тј поље супротног смера потребно за поништавање заостале индукције.  
 3-4: засићење  
 4-5: понавља се даље исто

У току магнетисања индукција стално заостаје за пољем и то се зове магнетни хистерезис. Динамичка крива се још назива и хистерезисна петља

У току магнетисања електрична енергија се претвара у топлотну. Површина хистерезисне петље је сразмерна губицима енергије која се трансформише у топлотну.

Меки магнетни материјали имају ужу хистерезисну петљу. Ови материјали се користе за израду језгра трансформатора, електромагнете.... Тврди магнетни материјали имају широку хистерезисну петљу и користе се за израду сталних магнета.

Пример:

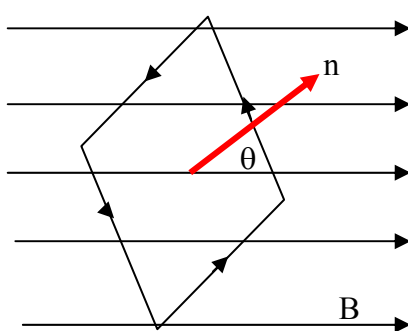
На торусу је намотано 200 навојака. Дужина средње линије торуса је 20см, а струја је 1А. Крива магнећења је дата табелом:

|         |     |      |     |     |      |      |      |      |
|---------|-----|------|-----|-----|------|------|------|------|
| H (A/m) | 100 | 200  | 300 | 500 | 700  | 1000 | 2000 | 3000 |
| B (T)   | 0.6 | 0,93 | 1,1 | 1,2 | 1,25 | 1,4  | 1,6  | 1,7  |

Наћи  $\mu_r$  за поље које се успостави у торусу.

$$H=NI/l=2000A/m, B=1,6T, \mu=B/H=0,0008 Tm/A, \mu_r=\mu/\mu_0=637$$

### Флукс вектора магнетне индукције



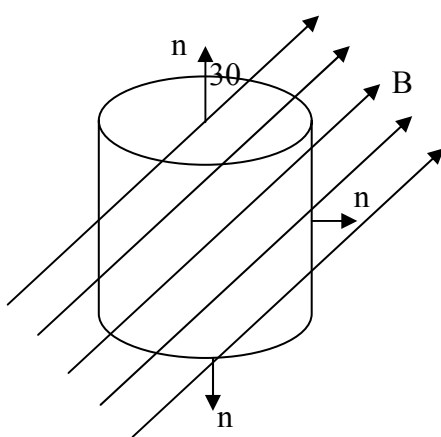
$$\Phi = \vec{B}\vec{S} = BS \cos(B, n) = BS \cos \theta$$

Код отворених површина прво се изабере смер обиласка контуре, па се на основу тога одреди смер нормале (десна рука).

Флукс је скаларна величина. Јединица је  $Tm^2$  односно вебер Wb

Закон о конзервацији магнетног флуksа: ФЛУКС КРОЗ ЗАТВОРЕНУ ПОВРШИНУ ЈЕДНАК ЈЕ НУЛИ.

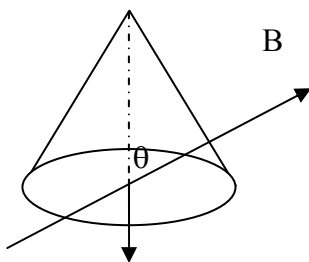
Пример 1: Одредити флукс кроз омотач ваљка



$$\Phi_{uk} = \Phi_M + \Phi_{b1} + \Phi_{b2} = 0$$

$$\Phi_M = -(\Phi_{b1} + \Phi_{b2}) = -Ba^2\pi(\cos \theta + \cos(180 - \theta)) = 0$$

Пример 2: Одредити флукс кроз омотач куре



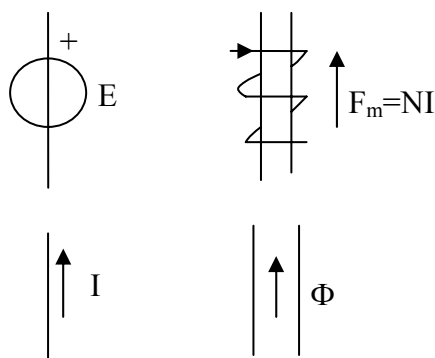
$$\Phi_{uk} = \Phi_M + \Phi_b = 0$$

$$\Phi_M = -(\Phi_b) = -Ba^2\pi(\cos(180 - \theta)) = a^2\pi B \cos \theta$$

За вежбање:  
 Митић: 4.1.8 – 4.1.11  
 Социјална: 4.1.1 - 4.1.2  
 П2

### Магнетна кола. Кап-Хопкинсонов закон

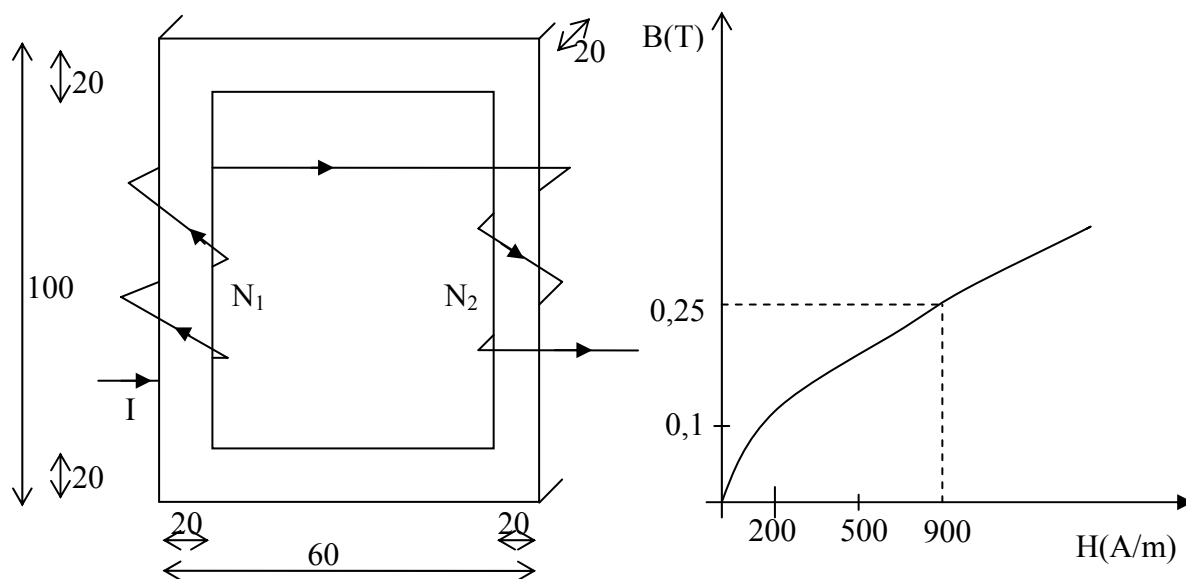
Магнетно коло је систем у коме се флукс креће одређеним путем. Поређење са електричним колом:



$$R = \rho \frac{l}{S} \quad R_m = \frac{1}{\mu} \frac{l}{S}, \text{ где је } R_m \text{ магнетна отпорност или релуктанса, Anav/Wb}$$

$$I = \frac{U}{R} \quad \Phi = \frac{F_m}{R_m} = \lambda F_m, \text{ где је } \lambda \text{ магнетна проводност или пермеанса, Wb/Anav}$$

Пример 1: У језгру кола са слике потребно је при струји од 2А остварити флукс  $10^{-4}$  Wb. Димензије магнетног кола су у милиметрима. Наћи укупан број навојака.





$$\Phi_1 = \Phi_2 \Rightarrow B_2 S_2 = B_1 S_1 \Rightarrow B_1 = 1,08 T \Rightarrow H_1 = 1000 \frac{A}{m}$$

Амперов закон:

$$H_1 l_1 + H_2 (l_2' + l_2'') + H_0 l_0 = NI$$

$$l_1 = 9,5 \text{ cm}, l_2' = 1,4 \text{ cm}, l_2'' = 2,5 \text{ cm}, l_0 = 0,1 \text{ cm}$$

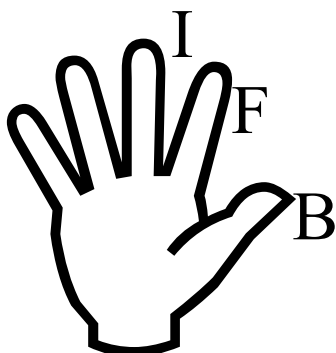
За вежбање:  
Митић: 4.5.1 – 4.5.5  
Социјална: 4.9.1 - 4.9.10

## Проводник са струјом у страном магнетном пољу – електромагнетна сила

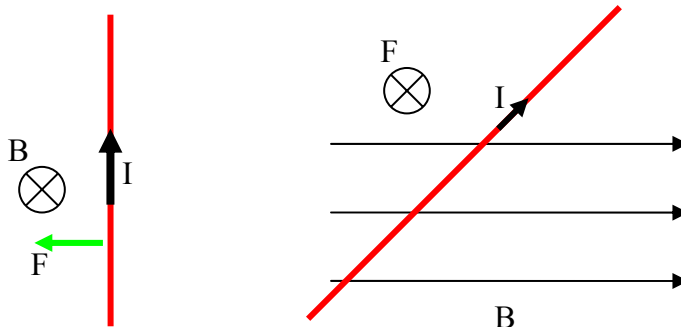
Када се проводник са струјом нађе у страном магнетном пољу на њега делује магнетна сила – Амперова сила. Ово је векторска величина и рачуна се као:

$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$

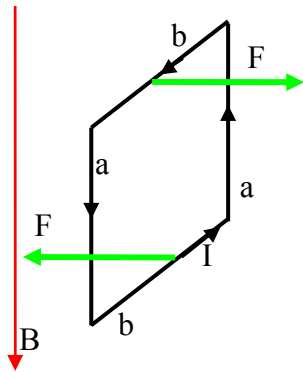
Интензитет ове силе износи  $F = IlB \sin(\alpha)$ . Има правац нормале на површину на којој леже вектори  $B$  и  $l$ , а смер са одређује правилом 3 прста ДЕСНЕ руке.



Из овог обрасца се дефинише јединица тесла: хомогено магнетно поље има индукцију 1 Т ако делује на нормалан проводник дужине 1 м силом од 1 N када кроз проводник протиче струја од 1А.



Спрег сила



Сила на странице а једнака је нули. Постоје само силе на странице б и оне износе:

$$F = B I b$$

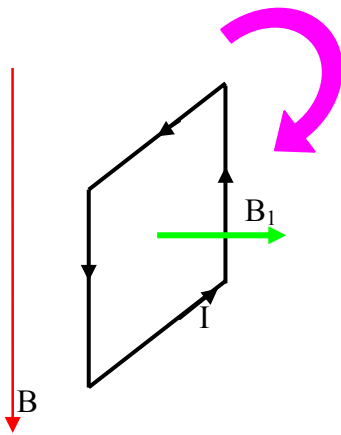
Ове две силе образују спрег сила. Момент спрега износи:

$$M = F a$$

Момент спрега тежи да окрене рам тако да магнетна индукција В пролази нормално кроз његову површину

$$M = F a = I B b a = B I S = \Phi_{\max} I$$

Производ  $IS$  се назива магнетни момент струјне контуре:  $\vec{m} = I \vec{S} [Am^2]$



Одређивање смера обртања контуре, тј кретног момента:

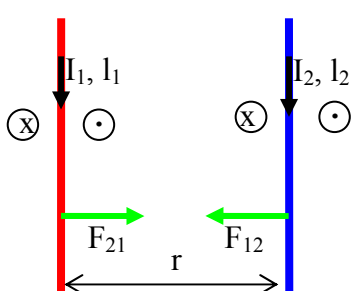
Смер је такав да се  $B_1$  најкраћим путем поклопи са  $B$ .

За вежбање:  
 Митић: 4.1.1 – 4.1.7, 4.1.12 – 4.1.14  
 Социјална: 4.2.1 - 4.2.12  
 Ф2: 588 – 592, 624 - 633  
 ПЗ

**Узајамно деловање проводника са струјом – електродинамичка сила**

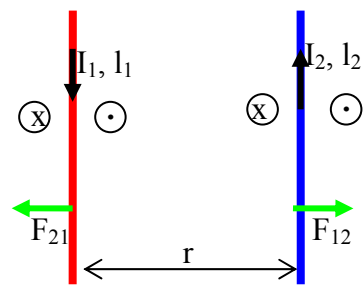
Два паралелна струјна проводника узајамно делују један на други.

Интензитет ових сила износи:



$$F_{12} = \frac{\mu I_1}{2\pi r} I_2 l_2 = B_1 I_2 l_2$$

$$F_{21} = \frac{\mu I_2}{2\pi r} I_1 l_1 = B_2 I_1 l_1$$



Ако су струје истог смера сила је привлачна, а ако су различитог смера одбојна.

Из ове једначине се дефинише ампер: један ампер је она струја која протичући кроз 2 дугачка паралелна проводника која се налазе на растојању од једног метра производи силу по јединици дужине од  $2 \cdot 10^{-7} \text{ N/m}$

За вежбање:

Митић: 4.2.15 – 4.2.18

Социјална: 4.2.8 - 4.2.11

## Електромагнетна индукција

Фарадејев закон: Индукована електромоторна сила бројно је једнака негативној промени флукса у јединици времена. Због Ленцовог правила индукована електромоторна сила има такав смер да ствара струју која се својим пољем супротставља промени флукса која ју је и изазвала.

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}, \quad \Delta\Phi = \Phi_{kr} - \Phi_{pos}$$

Како је  $\Phi = BS$ , промена флукса може да настане због:

- а) промене индукције,  $\Delta\Phi = \Delta B \cdot S$
- б) промене површине,  $\Delta\Phi = B \cdot \Delta S$

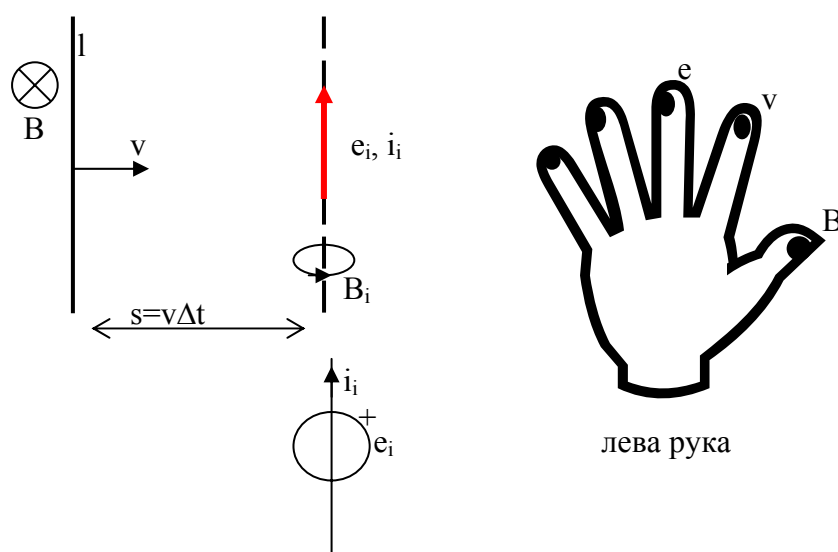
За вежбање:

ФЗ: 1 – 7, 16 – 31

Социјална: 4.3.1 - 4.3.3

П4

## Индукована електромоторна сила у праволинијском проводнику



Ако постоји релативно кретање између магнетног поља и проводника у проводнику ће се индуковати електромоторна сила.



Бројна вредност индуковане електромоторне силе је:

$$e_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B\Delta S}{\Delta t} = \frac{Bv\Delta l}{\Delta t} = Blv$$

Смер се одређује правилом 3 прста леве руке.

Ако магнетна индукција и брзина нису нормални тада се бројна вредност емс рачуна:

$$e_i = Blv\sin(B, v)$$

За вежбање:

ФЗ: 8 – 15, 32 – 41, 43, 47, 48

Социјална: 4.3.2 - 4.3.6

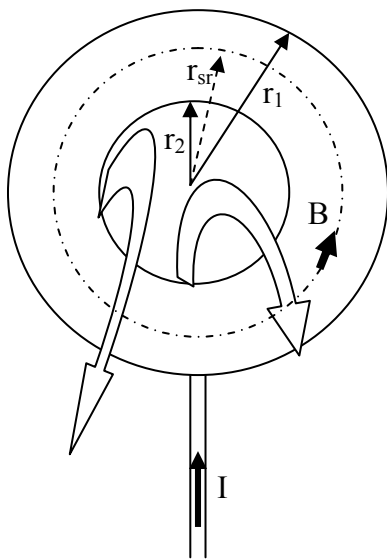
Митић: 4.4.4 – 4.4.7

## Индуктивност кола

Око сваког проводника са струјом постоји магнетно поље. Флукс који потиче од сопственог магнетног поља се назива сопствени флукс  $\Phi_s$ . Овај флукс је сразмеран сопственој струји. Коefицијент сразмерности се назива индуктивност кола  $L$ .  $L$  зависи од врсте средине, облика и димензија кола.

$$L = \frac{\Phi_s}{I} \left[ \frac{Wb}{A} = H \right]$$

Индуктивност торусног намотаја:



$$B = \frac{\mu NI}{l}$$

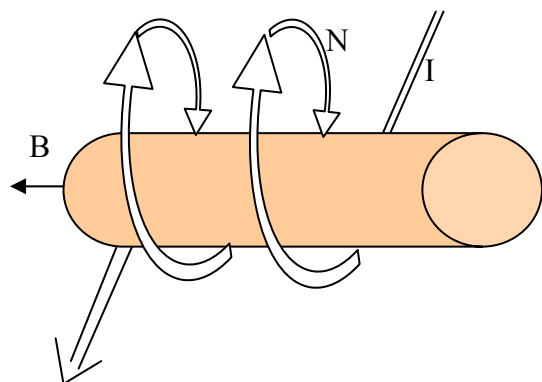
$$\Phi_s^{(i)} = \frac{\mu N I S}{l} \quad \text{по једном навојку}$$

$$\Phi_s = N\Phi_s^{(i)} = \frac{\mu N^2 I S}{l} \quad \text{укупни флукс}$$

$$L = \frac{\Phi_s}{I} = \frac{\mu N^2 S}{l}$$

Из ове последње једначине се изводи јединица за  $\mu$ :  
[H/m]

Индуктивност соленоида:



$$B = \frac{\mu NI}{l}$$

$$\Phi_s^{(1)} = \frac{\mu NIS}{l} \text{ по једном навојку}$$

$$\Phi_s = N\Phi_s^{(1)} = \frac{\mu N^2 IS}{l} \text{ укупни флуks}$$

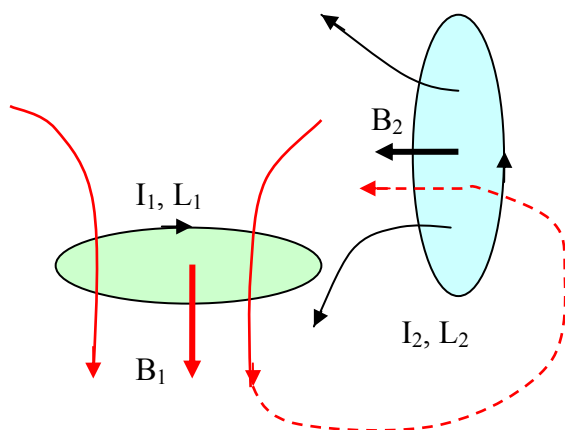
$$L = \frac{\Phi_s}{I} = \frac{\mu N^2 S}{l}$$

За вежбање:

Социјална: 4.5.1 - 4.5.6

Митић: 4.3.1 – 4.3.4

### Међусобна индуктивност



Укупан флуks кроз коло 2 је

$$\Phi_{2u} = \Phi_{2s} + \Phi_{21} \text{ (од првог кола)}$$

$$\Phi_{2u} = L_2 I_2 + L_{21} I_1$$

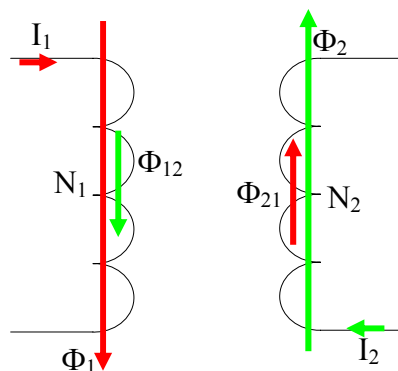
$L_{21}$  је међусобна индуктивност и показује утицај струје првог кола на флуks у другом колу. Међусобна индуктивност зависи од средине, облика оба кола, њиховог међусобног положаја и растојања.

Укупан флуks кроз коло 1 је дакле

$$\Phi_{1u} = L_1 I_1 + L_{12} I_2,$$

$$L_{21} = \frac{\Phi_{21}}{I_1}, L_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_2}, L_{12} = L_{21} = M$$

Струјна кола која имају заједничко магнетно коло називају се индуктивно спрегнута.



Флукс кроз други намотај који потиче од струје кроз први:

$$\Phi_{21} = B_1 N_2 S_2 = \frac{\mu N_1 I_1 N_2 S}{l} = \left\{ \frac{\mu N_1 N_2 S}{l} \right\} I_1 = L_{21} I_1$$

Флукс кроз први намотај који потиче од струје кроз други:

$$\Phi_{12} = B_2 N_1 S_1 = \frac{\mu N_2 I_2 N_1 S}{l} = \left\{ \frac{\mu N_1 N_2 S}{l} \right\} I_2 = L_{12} I_2$$

Међусобне индуктивности су дакле једнаке:

$$L_{12} = L_{21} = M = \frac{\mu N_1 N_2 S}{l}$$

Како су сопствене индуктивности првог и другог намотаја:

$$L_1 = \frac{\mu N_1^2 S}{l} \quad L_2 = \frac{\mu N_2^2 S}{l}$$

Онда је:

$$L_{12}^2 = L_{21}^2 = M^2 = \frac{\mu^2 N_1^2 N_2^2 S^2}{l^2} = L_1 L_2$$

Одавде је:

$$M = \sqrt{L_1 L_2}$$

Због магнетних расипања:

$$M = k \sqrt{L_1 L_2}$$

$k$  је коефицијент спреге, неименован је број, мањи од 1 и зависи од растојања и положаја.

## Самоиндукција

Ако је у струјном колу успостављена струја која је променљива у времену  $i(t)$  онда је и сопствени флукс променљив у времену:

$$\phi(t) = Li(t)$$

Како постоји промена флукса у времену у колу се индукује електромоторна сила самоиндукције:

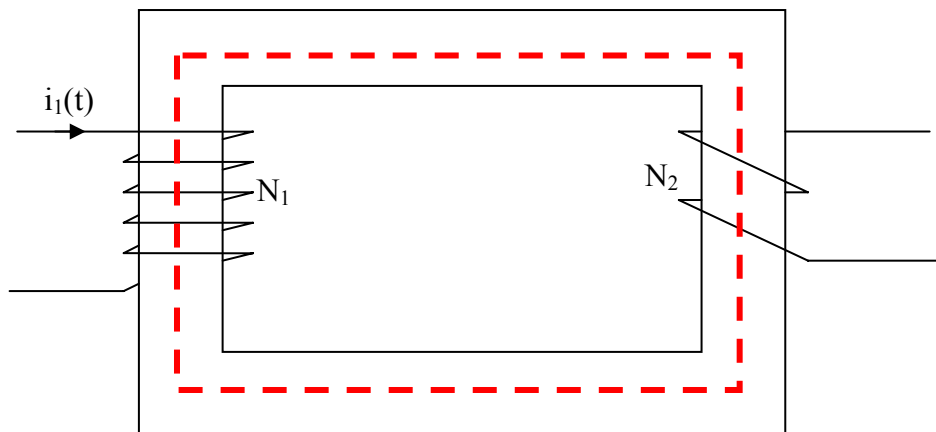
$$e_L = -\frac{\Delta\phi_s(t)}{\Delta t} = -L \frac{\Delta i(t)}{\Delta t}$$

## Међусобна (узајамна) индукција

Ако су два кола индуктивно спрегнута, услед промене струје у једном колу индукује се електромоторна сила у другом.

$$\Phi_{21} = Mi_1 \Rightarrow \Rightarrow e_{M21} = -M \frac{\Delta i_1}{\Delta t}$$

$$\Phi_{12} = Mi_2 \Rightarrow \Rightarrow e_{M12} = -M \frac{\Delta i_2}{\Delta t}$$



## Енергија магнетног поља

$$W = \frac{\Phi I}{2} = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}$$

За вежбање:

Социјална: 4.7.1 - 4.7.4, 4.8.1 - 4.8.5

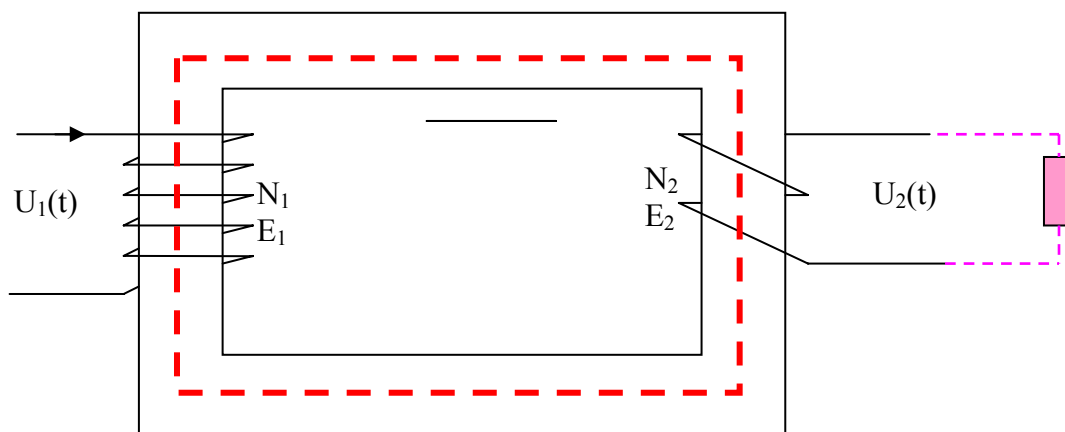
Митић: 4.4.1 - 4.4.7

ФЗ: 50 - 57

П5

## Принцип рада трансформатора

Трансформатор се састоји од феромагнетног језгра и 2 намотаја: примара са  $N_1$  навојака и секундара са  $N_2$  навојака.



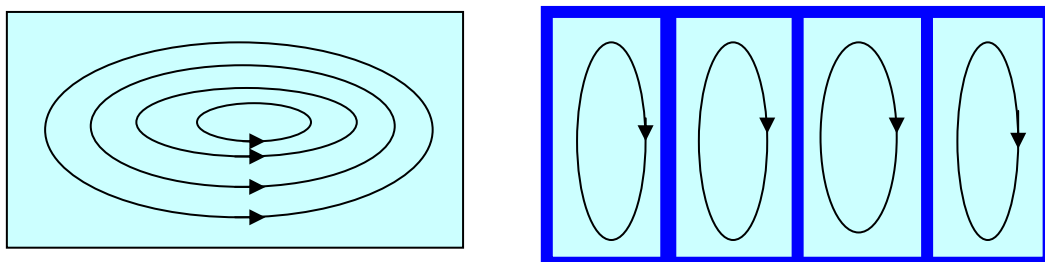
Преносни однос трансформатора:

$$m = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

\* u knjizi umesto m koristi se n

## Вртложне струје ( Фукоове струје)

Ако је флуks променљив у времену индукује се електромоторна сила и струје. У масивним металним блоковима ове струје се називају вихорне или вртложне струје.



Језгро трансформатора се прави од изолованих лимова, јер би у супротном због протицања великих струја били велики губици.

